Potenzen, Wurzeln & Logarithmen

ALGEBRA - Kapitel 4

SprachProfil - Gymnasiale Mittelstufe

Ronald Balestra
CH - 8046 Zürich
www.ronaldbalestra.ch

Name:

Vorname:

29. April 2025

Die *QR* - Codes
zu den
Potenzen, Wurzel,
Logarithmen
NProfil

zum aktuellen Skript

zur Homepage

zur Übersicht *Algebra*

zu den Potenzen, Wurzeln, Logarithmen

Für die Aufgaben
verwenden wir von
Gebauer/Zinn: *Algebra 2*
5. Auflage, 1998

Überblick über die bisherigen *ALGEBRA* - Themen:
(in den MNProfil-Versionen)

1 **Mengenlehre**

1.1 Die Menge im mathematischen Sinne

1.2 Darstellungsformen

1.3 Teilmengen

1.4 Rechnen mit Mengen

1.5 Mengen im Koordinatensystem

1.6 Rechnen in Mengen

1.7 Eine Gruppe - verschiedene Beispiele/Anwendungen

2 **Termumformungen**

2.1 Grundbegriffe

2.2 Einfache Beweisführungen in der Mathematik

2.3 Das Rechnen mit Polynomen

2.4 Das Rechnen mit Brüchen

Zur **Faktorzerlegung von Polynomen 2. Grades** -
eine Trilogie von **Lernaufgaben** *in vier Teilen*

Sie deckt die Kapitel 2.3 und 2.4 (ohne den Divisionsalgorithmus) ab.

Teil 1 Die Herleitung & Anwendung der Binomischen Formeln

Teil 2 Die Herleitung & Anwendung des Klammeransatzes

Teil 3 Anwendungen des in Teil 1 & 2 erlernten Wissens

3 **Gleichungslehre**

Teil 1

3.1 Aussagen, Aussageformen & Gleichungen

3.2 Das Lösen von Gleichungen

3.3 Lineare Gleichungen mit Parametern & deren Diskussion
3.3.3 Die Mächtigket der Lösungsmenge - *eine Lernaufgabe*

3.4 Die Lösungsverfahren für Bruchgleichungen

Teil 2

3.5 Quadratische Gleichungen
3.5.1 Bruchgleichungen & Biquadratische Gleichungen - *eine Lernaufgabe*

3.6 Textaufgaben - *ein Unterrichtspuzzle*

3.7 Der Satz von Vieta

3.8 Kubische Gleichungen

Inhaltsverzeichnis

4 Potenzen, Wurzeln & Logarithmen **1**
4.1 Das Rechnen mit Potenzen 1
4.1.1 Die Potenzgesetze 2
4.1.2 Die Einführung negativer Exponenten 3
4.1.3 Die Einführung rationaler Exponenten 3
4.2 Potenzgleichungen 6
4.3 Der Logarithmus 7
4.3.1 Die Logarithmengesetze 10
4.3.2 Exponentialgleichungen 15
4.4 Anwendungen 17
4.4.1 pH-Berechnungen 17
4.4.2 Temperaturverlauf 18
4.4.3 Helligkeitsmessungen 20
4.4.4 Barometrische Höhenformel 21
4.4.5 Die Lautstärke 22
4.4.6 Radioaktiver Zerfall 23
4.5 Weitere Beispiele & Anwendungsbereiche 27
4.5.1 Entfernungsbestimmung in der Astronomie 27
4.5.2 Praktische Anwendungen 27
4.5.3 Potenz- & Exponentialfunktionen 27
4.6 *Meine* Zusammenfassung 28

4 Potenzen, Wurzeln & Logarithmen

Wir wollen uns in diesem Kapitel die algebraischen Grundlagen und Fertigkeiten im Umgang mit Potenzen aneignen, welche uns den Zugang zu den Anwendungen, welche wir im anschliessenden

ANALYSIS - Kapitel 4: Potenz- & Exponentialfunktionen

besprechen werden, erleichtern werden.
Dazu werden wir unseren bisherigen Wurzelbegriff auf *Wurzeln mit rationalen Exponenten* erweitern, zwei neue Gleichungstypen, *die Potenzgleichungen* und *die Exponentialgleichungen* kennenlernen und zur Lösung den *Logarithmus* und dessen Gesetze einführen.

4.1 Das Rechnen mit Potenzen

Wir beginnen mit der folgenden Definition:

Definition 4.1 (*Die n-te Potenz*)

$a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ \ldots \ \cdot a}_{n \ Faktoren}$ *heisst die* **n-te Potenz von** a

- a *ist die sog.* **Basis**
- n *ist der sog.* **Exponent**

Wir führen im Folgenden die *Potenzgesetzen* (für Potenzen mit natürlichen Exponenten) ein und werden anschliessend Potenzen mit *negativen* und mit *rationalen Exponenten* einführen. Dort wird es um folgende Fragen gehen:

Was ist 5^{-2} ?
Was ist $4^{\frac{3}{2}}$?

4.1.1 Die Potenzgesetze

Wir setzen folgendes voraus: $a, b \in \mathbb{R}_{>0}$, $n, m \in \mathbb{N}$

1. Gesetz $a^n \cdot a^m =$

<u>Bsp.:</u>

2. Gesetz $a^n : a^m =$

<u>Bsp.:</u>

3. Gesetz $a^n \cdot b^n =$

<u>Bsp.:</u>

4. Gesetz $a^n : b^n =$

<u>Bsp.:</u>

5. Gesetz $(a^n)^m =$

<u>Bsp.:</u>

und wir definieren $a^0 :=$

$a^1 :=$

$0^0 :=$

Aufgaben 4.1 *Beweise das 2. Potenzgesetz:*

4.1.2 Die Einführung negativer Exponenten

Idee:

Bsp.:

Beachte: Die Potenzgesetze gelten auch für Potenzen mit negativen Exponenten:

Bsp.:

4.1.3 Die Einführung rationaler Exponenten

Idee:

Bsp.:

Beachte: Die Potenzgesetze gelten auch für Potenzen mit rationalen Exponenten.

Bsp.:

Aus den Definitionen der Potenzen mit negativen und rationalen Exponenten und den Potenzgesetzen folgen unmittelbar die folgenden Darstellungen:

- $a^{\frac{p}{q}} =$

- $a^{-\frac{p}{q}} =$

und die Behauptung: $\sqrt[q]{a^p} = (\sqrt[q]{a})^p$

Eine nette Anwendung:

Berechne $16^{\frac{3}{4}}$

Wir können nun auch an einem Zahlenbeispiel den Sinn der Forderung nach positiven Radikanden aufzeigen:

Aufgaben 4.2

- *Schreibe als Potenz:*

  1. $\sqrt{3} =$
  2. $\dfrac{1}{100} =$
  3. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{6}} =$
  4. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{4^5}} =$

- *Vereinfache:*

  1. $\dfrac{1}{\sqrt[4]{5}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt[4]{6}} =$
  2. $(\sqrt[6]{x})^4 =$
  3. $\left(3^{-\frac{4}{5}}\right)^{-\frac{5}{6}} =$
  4. $\sqrt[n]{\sqrt[3]{a}} =$
  5. $\dfrac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[4]{b^3}} =$

Weitere Aufgaben: Deller/Gebauer/Zinn: Algebra 2 Nr. 1- 41 (ohne 39,40)

4.2 Potenzgleichungen

Das Lösen von Potenzgleichungen wollen wir mit Hilfe einiger Beispiele besprechen und dabei die folgende zentrale Idee verfolgen:

Beispiel 4.1

- $64^x = 4$
- $27^x = 9$
- $x^6 = 10^{-5}$
- $x^{-6} = 64$

Zusammenfassend können wir festhalten:

Ein letztes Beispiel hierzu: $4 \cdot 2^x + 32 = 4^x$

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 48 - 58 (mind. 1 Aufg. aus Nr. 58)

4.3 Der Logarithmus

Wir wollen den Logarithmus und seine Bedeutung an folgendem Beispiel besprechen:

$$\begin{aligned} 10^x = 1000 \quad &\Leftrightarrow \quad x = \ \ldots \\ &\Leftrightarrow \quad x = \log_{10}(1000) \end{aligned}$$

Definition 4.2 (*Der Logarithmus*)

$a^x = b \ \Leftrightarrow \ x := \log_a(b) = \log_a b \quad$ *für* $a \in \mathbb{R}_{>0} \wedge a \neq 1$.

Bem.:

- *Sprechweise:*
  Der Logarihmus *zur* Basis a *vom* b (Kurz: *log* a *von* b)
- *Anwendung:*
  Lösen von Exponentialgleichungen:
- *Bedeutung:*
  $\log_a b \mathrel{\widehat{=}}$ der Zahl, die als Exponent zur Basis a b ergibt:

Beispiel 4.2

- $5^x = 625 \Leftrightarrow x =$
- $6^x = 36 \Leftrightarrow x =$
- $a^x = 5 \Leftrightarrow x =$
- $\log_3(9) = \ \ldots$, denn
- $\log_r(r^7) = \ \ldots$, denn
- $\log_a(\sqrt[3]{a^4}) =$
- $\log_b(\frac{1}{b^2}) =$
- $\log_s(1) =$
- $\log_s(0) =$

Aufgaben 4.3 *Formuliere jeweils die zugehörige Potenzgleichung und bestimme x:*

1. $\log_x(8) = 3 \;\Leftrightarrow$
2. $\log_x(5) = 4 \;\Leftrightarrow$
3. $\log_x(6) = 0 \;\Leftrightarrow$
4. $\log_6(x) = \log_6 x = 0 \;\Leftrightarrow$
5. $\log_5(x) = \log_5 x = 4 \;\Leftrightarrow$
6. $\log_0(x) = \log_0 x = 6 \;\Leftrightarrow$
7. $\log_1 2 = x \;\Leftrightarrow$
8. $\log_2 1 = x \;\Leftrightarrow$
9. $\log_3 0 = x \;\Leftrightarrow$

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 5 - 15

Die folgenden zwei Beziehungen können das Rechnen mit Logarithmen wesentlich vereinfachen:

- $a^{\log_a(b)} = b$

  <u>Beweis:</u>

- $\log_a(a^x) = x$

  <u>Beweis:</u>

<u>*Anwendungen :*</u>

1. $12^{\log_{12} 17} =$
2. $12^{2 \cdot \log_{12} 17} =$
3. $3^{-\log_{27} 8} =$
4. $\log_4(4^3) =$
5. $\log_4(2^8) =$
6. $\log_4(\frac{1}{8}) =$

<u>Aufg.:</u> Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 19 - 21

4.3.1 Die Logarithmengesetze

Die Definition des Logarithmus und seine Anwendung haben wir schon kennen gelernt, bei der Lösung von
Exponentialgleichungen, also Gleichungen, wo die Lösungsvariable ...
Wir waren zur Bestimmung der nummerischen Lösung jedoch auf *schöne* Zahlenbeispiele angewiesen:
z.B.: $4^x = 2 \Rightarrow x =$ .....).
Mit Hilfe der *Logarithmengesetze* werden wir Rechenregeln kennenlernen, die uns erlauben, beliebige Exponentialgleichungen zu lösen und mit Logarithmen zu rechnen .

Für die Beweise der Logarithmengesetze werden wir auf die *Potenzgesetze*

-
-
-
-
-

und auf die folgenden uns schon bekannten Beziehungen zurückgreifen:

- $\log_a(a^x) = \ \ldots$
- $a^{\log_a(z)} = \ \ldots$

Die letzte Beziehung erlaubt uns jede positive reelle Zahl als eine Potenz bezüglich einer beliebigen positiven Basis darzustellen:

<u>Bsp.:</u>

1. ***Die Produkteregel:*** $\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$

<u>Beweis:</u>
$$\begin{aligned} \log_a(x \cdot y) &= \log_a(a^{\log_a(x)} \cdot a^{\log_a(y)}) \\ &= \log_a(a^{\log_a(x)+\log_a(y)}) \\ &= \log_a(x) + \log_a(y) \qquad \square \end{aligned}$$

<u>Bem.:</u>

2. ***Die Quotientenregel:*** Vermutung: $\log_a(x : y) = \ \ldots$

<u>Beweis:</u> $\log_a(x : y) \quad =$

$=$

$=$

$\square$

<u>Bem.:</u>

3. ***Die Potenzregel:*** Formuliere eine Vermutung und beweise sie.

<u>Bem.:</u>

<u>Aufg.:</u> Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 32 - 42

Mit den neuen Regeln sind wir nun schon in der Lage einige *Logarithmengleichungen* zu lösen.

Beispiel 4.3

- $\log_2(9x+5) - \log_2(x) = 1$

- $\log_{10}(2x+3) + \log_{10}(1-x) - \log_{10}(1-4x) = 0$

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 43, 44

Ältere Taschenrechnermodelle berechnen uns nur die *10er Logarithmen* zur Basis 10

$$\log := \log_{10}$$

und die *natürlichen Logarithmen* zur Basis e

$$\ln := \log_e \ , \qquad \text{mit } e = Euler'scheZahl$$

Beispiel 4.4 Berechne mit dem TR ...

1. $\ln 2 =$
2. $\ln e^3 =$
3. $\ln -1 =$
4. $\ln 1 =$

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 22 - 25

Doch wie lässt sich mit dem TR $\log_2 3$ berechnen?

Wir brauchen eine weitere Regel, die *Kettenregel*, welche uns den *Basiswechsel* eines Logarithmus erlaubt:

$$x = \begin{cases} = & a^{\log_a(x)} \\ \\ = & b^{\log_b(x)} \quad = \qquad\qquad\qquad = \qquad\qquad . \end{cases}$$

Zusammengefasst können wir festhalten:

4. *Die Kettenregel:*

Beispiel 4.5 Berechne

1. $\log_2 3 =$
2. $\log_7 49 =$

Wir sind nun in der Lage die folgenden Beispiele *ohne* TR zu lösen:

Beispiel 4.6 Berechne/ löse ohne TR:

1. $\dfrac{\log_2 3 \cdot \log_3 4}{\log_4 2} =$

2. (a) $\log_3 8 = \log_9 x$

   (b) $\log_4 225 = \log_x 15$

   Vermutung:

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 78 - 82

4.3.2 Exponentialgleichungen

Unsere mathematischen Kenntnisse wollen wir nun zum Lösen von *Exponentialgleichungen* verwenden:

Beispiel 4.7

- $5^x = 9$

- $9^{\frac{x}{x+3}} = 6$

- $e^{-3x} = 10$

- $2 \cdot 3^x = 4^x \cdot 5$

- $3^{4x+5} - 3^{4x} = 100$

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 45 - 52

...und einmal mehr mit Hilfe einer *Substitution* lässt sich auch noch die folgende Exponentialgleichung lösen:

Beispiel 4.8 $16^x + 5 \cdot 4^x = 14$

Aufg.: Deller/Gebauer/Zinn: *Algebra 2* Nr. 53 - 54

4.4 Anwendungen

4.4.1 pH-Berechnungen

Der pH-Wert einer Lösung beträgt

$$pH = -\log_{10} c$$

Dabei bedeutet c die Wasserstoffionen-Konzentration in Mol pro Liter.

1. Berechne den pH-Wert einer Lauge mit $c = 2.5 \cdot 10^{-12}$ mol/l,
   von Wasser mit $c = 10^{-7}$ mol/l und
   von einer Säure mit $c = 5.75 \cdot 10^{-2}$ mol/l.

2. Während eines Gewitters wird beim Regenwasser ein pH-Wert von 2.8 gemessen.
   Wieviel mal grösser ist die Konzentration c im Regenwasser als in reinem Wasser (pH = 7)?

4.4.2 Temperaturverlauf

Die Temperatur $T[^0C]$ einer Kaffeetasse beträgt im Zeitpunkt $t[min]$

$$T(t) = a \cdot e^{-kt} + b$$

Es werden die folgenden Werte gemessen:

$$T(0) = 85^0, \quad T(4) = 68.5^0, \quad T(8) = 55.5^0$$

1. Berechne die Parameter a, b und k.
2. Wann ist der Kaffe 60^0 warm ?

Aufgaben 4.4 *Bestimme algebraisch die Parameter für die folgende Funktionsgleichung:*

$$U(t) = a \cdot e^{-kt} + b$$

so dass die Funktion

1. *an der Stelle 0.5 den Wert* 85^0 *hat,*
2. $U(4) = 68.5^0$ *erfüllt und*
3. *mit dem Argument 7.5 den Funktionswert* 55.5^0 *erreicht.*

4.4.3 Helligkeitsmessungen

Mit der Formel

$$m = -2.5 \log_{10}(J : J_0)$$

wird in der Astronomie die Helligkeit m von Sternen bestimmt.
(Dabei ist J die physikalisch messbare Strahlungsintensität)

1. Für die Sonne gilt: $m = -26.7$ und $J = 1.36 \cdot 10^3$
   Berechne J_0.

2. Die Helligkeit des Polarstern beträgt $m = 2.1$.
   Berechne dessen Strahlungsintesität J.

3. Wievielmal grösser ist die Strahlungsintensität der Sonne als jene der schwächsten, mit dem Hubbel-Weltraumteleskop gerade noch sichtbaren Sterne, deren Helligkeit $m = 30$ beträgt?

4. Die Helligkeitsskale geht wahrscheinlich auf den griechischen Astronomen Hipparch (um 150 v. Chr.) zurück. Die hellsten Sterne wurden als Sterne *1. Grösse* ($m = 1$) bezeichnet. Die von blossem Auge gerade noch sichtbaren Sterne wurden Sterne *6. Grösse* ($m = 6$) genannt.

   (a) Wievielmal grösser ist die Strahlungsintensität bei einem Stern der 1. Grösse als bei einem Stern der 6. Grösse ?

   (b) Gib die Strahlungsintensitäten der Stern 2., 3., 4., 5. und 6. Grösse als Vielfache der Strahlungsintensität J_1 der Sterne 1. Grösse an.

4.4.4 Barometrische Höhenformel

Für den Verlauf des Luftdruckes gilt für Höhen bis zu $\approx$ 100km und bei konstanten Temperaturen die folgende Formel:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{7.99km}}$$

mit p_0 = Luftdruck auf Meereshöhe bei 0^0 C = 101.325 kPa.

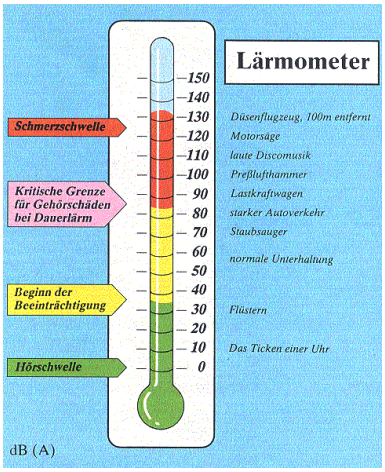
1. Bestimme den Luftdruck in Zürich.
2. Bestimme den Luftdruck auf einer Höhe von 10 000m.
3. Wir gehen vom Luftdruck auf Meereshöhe aus.
   (a) Bestimme die Höhe, in welcher sich der Luftdruck halbiert.
   (b) Bestimme die Höhe, in welcher sich der Luftdruck auf 25% reduziert hat.
4. Wir gehen vom Luftdruck auf der Höhe von Zürich aus.
   (a) Bestimme die Höhe, in welcher sich der Luftdruck halbiert.
   (b) Bestimme die Höhe, in welcher sich der Luftdruck auf 25% reduziert hat.

4.4.5 Die Lautstärke

Die durch den menschlichen Gehörsinn empfundene Lautstärke L (das ist der Schalldruck, gemessen in Dezibel) ist durch das

$$\text{Weber-Fechner-Gesetz:} \quad L = 10 \log \left(\frac{J}{J_0} \right)$$

definiert, wobei J die Intensität des Geräusches und J_0 die Intensität des Geräusches, welches von einem gesunden Gehör gerade noch wahrgenommen werden kann, ist.



Der *Lärmometer* verschafft einen kleinen Überblick über gängige Emissionen:
(Quelle: Hessisches Landesamt für Umwelt & Geologie)

Aufgaben 4.5

- *Eine* Verdoppelung *der Schallintensität J führt zu einer Zunahme der Lautstärke L um 3 dB.*
  D.h., wenn z.B. die Lautstärke eines Autos 60 dB ist, dass die Lautstärke zweier Autos nicht ....., sondern ..... ist.

  1. *Verifiziere die Zunahme um 3 dB am Autobeispiel.*
  2. *Beweise die Behauptung allgemein.*

- *Eine Erhöhung um 10 dB wird vom Menschen als eine Verdoppelung der Intensität empfunden.*
  Welche Zunahme der Intensität J bedeutet dies?

4.4.6 Radioaktiver Zerfall

Wir schliessen dieses Kapitel mit einer Anwendung aus der Physik/ Chemie:

dem radioaktiven Zerfall

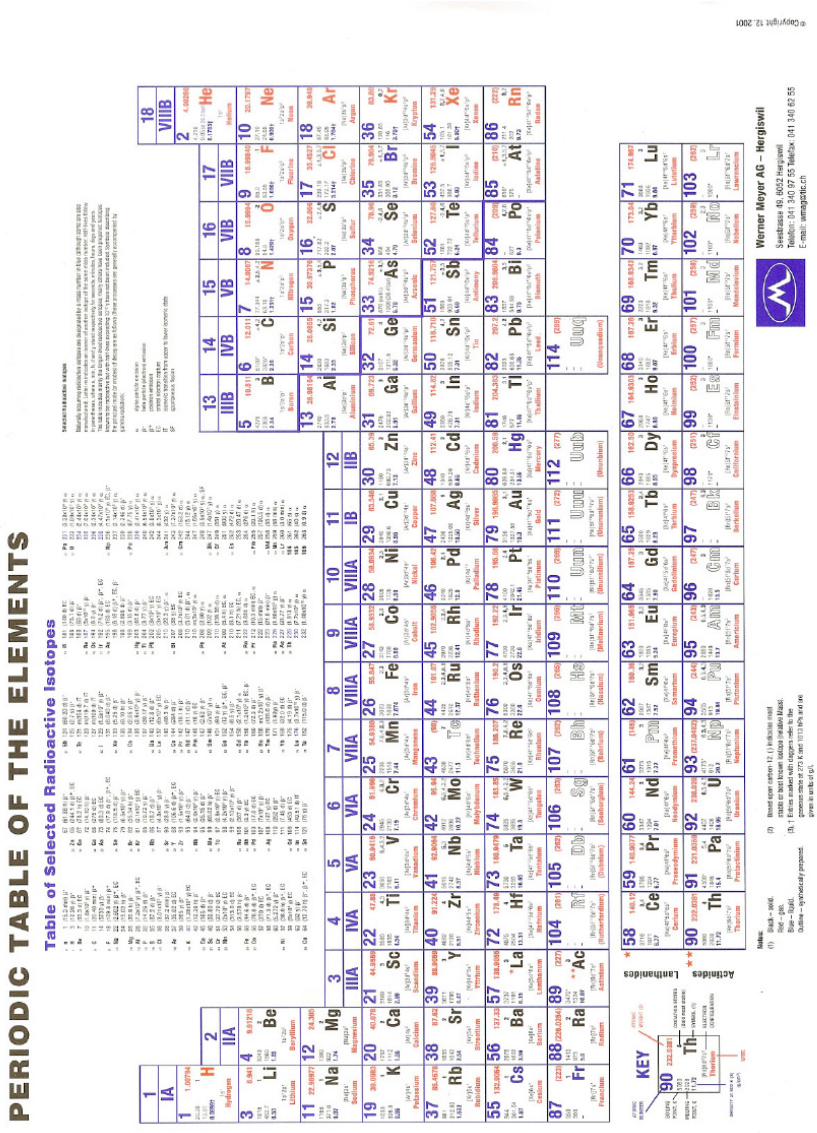
Unter *Radioaktivität* verstehen wir die Fähigkeit gewisser Kernarten, sich unter Aussenden von Strahlung umzuwandeln.

Bei der Radioaktivität können wir drei Arten von Strahlung unterscheiden:

-
-
-

Bevor wir den radioaktiven Zerfall besprechen, einige Erläuterungen zum Aufbau einen Atoms: (Bohr'sches Atommodell)

Das Periodensystem:



Zwei Zerfallsarten:

- Der α - Zerfall tritt bei Kernen mit hoher Massezahl (> 200) auf.
  Da ein He $^{4}_{2}$ Teilchen ausgeschleudert wird, muss die Massezahl um 4 und die Kernladungszahl um 2 abnehmen.

  <u>*Bsp.:*</u> Ra $^{226}_{88} \rightarrow$ Rn $^{222}_{86}$ + He $^{4}_{2}$

  Po $^{210}_{84} \rightarrow$

- Der β^- - Zerfall tritt bei Kernen mit relativem Elektronenüberschuss auf.
  Das ausgeschleuderte Elektron entsteht bei der Umwandlung eines Neutrons in ein Proton und ein Elektron

  <u>*Bsp.:*</u> Sr $^{90}_{38} \rightarrow$ Y $^{90}_{39} + e^-$

  Pb $^{214}_{82} \rightarrow$

Die γ-*Strahlung/ Röntgenstrahlung* ist eine energiereiche Begleiterscheinung des α- oder β- Zerfalls.

Bei diesen Zerfällen vollzieht sich im Kern ein Umwandlungsprozess, wobei der Kern aus einem angeregten Zustand in einen energieämeren Zustand übergeht.
Dieser Zerfall folgt folgendem Gesetz:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

mit $N_0 =$
$N(t) =$
$t =$
$\lambda =$
$e =$

Aus dem Zerfallsgesetz lässt sich ein Zusammenhang zwischen der *Halbwertszeit* (= .....) und der *Zerfallskonstante* λ herstellen, der u.a. eine praktische Anwendung in einer archäologischen Altersbestimmung findet.

Bestimmung der *Halbwertszeit*:

Wir gehen von folgendem Ansatz aus: $N_0 \cdot e^{-\lambda t} = \frac{N_0}{2}$

$$\begin{array}{rrcll} \Leftrightarrow & e^{-\lambda t} & = & \frac{1}{2} & \\ \Leftrightarrow & \ln e^{-\lambda t} & = & \ln \frac{1}{2} & \\ \Leftrightarrow & -\lambda t & = & \ln \frac{1}{2} & \\ \Leftrightarrow & t & = & -\frac{\ln \frac{1}{2}}{\lambda} & \\ \Leftrightarrow & t & = & \frac{\ln 2}{\lambda} & =: T_{1/2} \end{array}$$

Eine praktische Anwendung:

Bei einer u.a. in der Archäologie verwendeten Methode zur Altersbestimmung wird die C^{14}-Konzentration von einem lebenden Oganismus mit jener des Fundes verglichen.
Da die Halbwertszeit des C^{14}-Isotopes bekannt ist, lässt sich mit der Beziehung zwischen Zerfallskonstante und Halbwertszeit und der Gleichung für den exponentiellen Zerfall das Alter des Fundes bestimmen.
(Die Methode beruht auf der Annahme, dass das Verhältnis zwischen dem "normalen" Kohlenstoff C^{12} und dem radioaktiven Isotop C^{14} in der Atmosphähre zeitlich konstant bleibt (C^{14} zerfällt einerseits laufend, wird aber andererseits laufend durch die kosmische Strahlung neu erzeugt.)
Lebewesen (Tiere, Pflanzen, ...) nehmen also C^{12} und C^{14} in einem konstanten Verhältnis auf. Mit dem Tod endet diese Aufnahme und das Verhältnis von C^{12} zu C^{14} ändert sich, da C^{14} zerfällt.)

Beispiel 4.9 Bei Ausgrabungsarbeiten in der Nähe unserer Mensa wurden die Reste eines Hamburgers gefunden, deren C^{14}-Radioaktivität 90% der Aktivität von lebenden Pflanzen betrug.
Bestimme das Alter des Hamburgers.

Eine nette graphische Darstellung des *Prinzps der Altersbestimmung mit* C^{14} ist zu finden unter Prinzp der Altersbestimmung mit C^{14}

4.5 Weitere Beispiele & Anwendungsbereiche

Weitere Aufgaben sind zu finden unter:

Potenzen, Wurzeln & Logarithmen ... Weitere Aufgaben ...

4.5.1 Entfernungsbestimmung in der Astronomie

Für einen Einstieg geeignet

- Leifiphysik
- Uni Göttigen

4.5.2 Praktische Anwendungen

Einen Einstieg in eine Vielzahl von Praktischen Anwendungen ist in der Diplomarbeit von Stefan Schönhacker zu finden: (auf den Seiten 50 - 59)

Die Zahl e ... Diplomarbeit

4.5.3 Potenz- & Exponentialfunktionen

ein Gruppen-*SOL* - Projekt mit *blended learning* - Einheiten und weiteren Aufgaben und Anwendungen, insbesondere im Bereich des exponentiellen Wachstums:

www.ronaldbalestra.ch ... *Alternative Unterrichtsformen*

4.6 *Meine* Zusammenfassung