

Algebra: Aufgaben: Lineare Gleichungssysteme - Matrizenkalkül C

- ① • $x_1(t)$ = Anzahl Versicherungen der Tarifgruppe 1 zum Zeitpunkt t
 $x_2(t)$ = Anzahl Versicherungen der Tarifgruppe 2 zum Zeitpunkt t

$$x_1(1) = 0.85 x_1(0) + 0.04 x_2(0)$$

$$x_2(1) = 0.15 x_1(0) + 0.96 x_2(0)$$

$$\begin{pmatrix} x_1(1) \\ x_2(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.85 x_1(0) + 0.04 x_2(0) \\ 0.15 x_1(0) + 0.96 x_2(0) \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}(1) = \begin{pmatrix} x_1(1) \\ x_2(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.04 \\ 0.15 & 0.96 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{pmatrix}$$

a) $\vec{x}(1) = \begin{pmatrix} 1820 \\ 3180 \end{pmatrix}$

b) $\vec{x}(2) = \begin{pmatrix} 1679,2 \\ 3325,8 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1679 \\ 3326 \end{pmatrix}$

c) $\vec{x}(10) = U^{10} \cdot \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 1167,805 \\ 3832,181 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1168 \\ 3832 \end{pmatrix}$

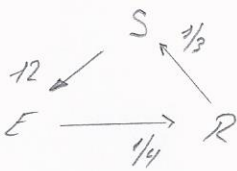
• Situation $\Rightarrow U = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.3 & 0.02 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \\ 0.05 & 0.1 & 0.58 \end{pmatrix}$

a) $\vec{x}(1) = \begin{pmatrix} x_1(1) \\ x_2(1) \\ x_3(1) \end{pmatrix} = U \cdot \begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2420 \\ 2600 \\ 980 \end{pmatrix}$

b) $\vec{x}(2) = \begin{pmatrix} 2674,6 \\ 2436 \\ 949,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2675 \\ 2436 \\ 949 \end{pmatrix}$

c) $\vec{x}(10) = \begin{pmatrix} 2821,212 \\ 2295,330 \\ 889,457 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2821 \\ 2295 \\ 889 \end{pmatrix}$

②



$$U = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/3 \\ 12 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}$$

a)

b)

c) $U \cdot \vec{x} = \vec{x} \iff U \vec{x} - \vec{x} = \vec{0}$

$$\iff (U - I_3) \vec{x} = \vec{0}$$

$$\iff \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1/3 \\ 12 & -1 & 0 \\ 0 & 1/4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \vec{0}$$

hom. lin. Gl. system, hat immer mind. 1 Lsg. $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

\Rightarrow Frage nach weiteren Lsg., $\det(\dots) = \dots = 0 \Rightarrow$ es hat.

für ein Prop. $\Rightarrow A - \text{Form} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/3 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \text{Wähl } \underbrace{z = 12000}_{\text{(Prop.)}} \Rightarrow \underbrace{y = 48000}_{\text{Eier}} \Rightarrow \underbrace{x = 4000}_{\text{Schneestricke}}$$

③

$$y_1 = 0.5x_1 + 0.2x_2$$

$$y_2 = 0.3x_1 + 0.2x_2$$

$$y_3 = 0.2x_1 + 0.4x_2$$

$$\Rightarrow \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$