

Die Lösungen zu den Übungen zur Linearen Optimierung

- ② L_1 := Liefermenge Firma 1, in [t]
 L_2 := Liefermenge Firma 2, in [t]

Nebenbedingungen:

$$L_1 + L_2 \leq 500$$

$$50 \leq L_1 \leq 400$$

$$80 \leq L_2 \leq 200$$

Zielfunktion: $L_1 \cdot 40 + L_2 \cdot 50 = \max = z$

$$L_2 \leq 500 - L_1$$

$$50 \leq L_1 \leq 400$$

$$80 \leq L_2 \leq 200$$

$L_2 = L_2(L_1)$
 \Rightarrow

$$L_2 = -\frac{1}{5} \cdot L_1 + \frac{z}{50}, z = \max$$

$$L_1, L_2 = ?$$

SSS \Rightarrow $L_1 = 300, L_2 = 200$

- ③ K := Anzahl Säcke Kalk
 Z := Anzahl Säcke Zement

Nebenbedingungen:

$$K \cdot 35 + Z \cdot 50 \leq 3'000$$

$$Z \geq \frac{1}{2} K$$

$$Z \leq 2K$$

Zielfunktion:

a) $K \cdot 2 + Z \cdot 4 = \max = z_a$

b) $K + Z = \max = z_b$

$Z = Z(K)$
 \Rightarrow

$$Z \leq -\frac{7}{10} \cdot K + 60$$

$$Z \geq \frac{1}{2} K$$

$$Z \leq 2K$$

a) $Z = -\frac{1}{2} \cdot K + \frac{z_a}{4}$

b) $Z = -K + z_b, z_{a,b} = \max$
 $K, Z = ?$

SSS \Rightarrow a) $K = 22, Z = 44$

b) $K = 50, Z = 25$

- ④ K := Anzahl ha Kartoffeln
 G := Anzahl ha Getreide

Nebenbedingungen:

$$K + G \leq 100$$

$$10K + 20G \leq 1100$$

$$1 \cdot K + 4 \cdot G \leq 160$$

Zielfunktion: $K \cdot 400 + G \cdot 1200 = \max = z$

$K = K(G)$
 \Rightarrow

$$K \leq -G + 100$$

$$K \leq -2G + 110$$

$$K \leq -4G + 160$$

$$K = -3G + \frac{z}{400}, z = \max$$

$K, G = ?$

SSS \Rightarrow $K = 60,$
 $G = 25$

5) A : = Anzahl Bohnen Typ A
 B : = Anzahl Bohnen Typ B

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} A \cdot 1 + B \cdot 1 &\leq 7 \\ A \cdot 2 + B \cdot 1 &\leq 8 \\ A \cdot 4 + B \cdot 1 &\leq 12 \end{aligned}$$

Zielfunktion: $A \cdot 8 + B \cdot 3 = \max = z$

$A = A(B)$
 \Rightarrow

$$\begin{aligned} A &\leq -B + 7 \\ A &\leq -\frac{1}{2} \cdot B + 4 \\ A &\leq -\frac{1}{4} \cdot B + 3 \end{aligned}$$

$$A = -\frac{3}{8} \cdot B + \frac{2}{8}, z = \max$$

$A, B = ?$

SSS \Rightarrow $A=4, B=2$

6) A : = Anzahl € Bedarf A
 B : = Anzahl € Bedarf B

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} A \cdot 4.5 + B \cdot 3 &\leq 360 \\ A \cdot 4 + B \cdot 4 &\leq 360 \\ A \cdot 1.5 + B \cdot 6 &\leq 360 \end{aligned}$$

Zielfunktion: $A \cdot 15 + B \cdot 20 = \max = z$

$A = A(B)$
 \Rightarrow

$$\begin{aligned} A &\leq -\frac{2}{3} \cdot B + 80 \\ A &\leq -B + 90 \\ A &\leq -4B + 240 \end{aligned}$$

$$A = -\frac{4}{3} \cdot B + \frac{2}{15}, z = \max$$

SSS \Rightarrow $A=40, B=50$

7) A : = Anzahl Wagen Typ A (möglich)
 B : = Anzahl Wagen Typ B (möglich)

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} A &\leq 600 \\ B &\leq 300 \\ A + B &\leq 750 \end{aligned}$$

Zielfunktion: $A \cdot 2400 + B \cdot 3600 = \max = z$

$A = A(B)$
 \Rightarrow

$$\begin{aligned} A &\leq 600 \\ B &\leq 300 \\ A &\leq -B + 750 \end{aligned}$$

$$A = -\frac{1}{2} \cdot B + \frac{2}{2400}, z = \max$$

**SSS \Rightarrow $A=450, B=300$
 $z = 2'960'000$**

8) E : = Anzahl Einfamilienhäuser
 M : = Anzahl Mehrfamilienhäuser

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} E \cdot 500 + M \cdot 2000 &\leq 30'000 \\ E \cdot 750'000 + M \cdot 2'000'000 &\leq 36 \text{ Mio} \end{aligned}$$

Zielfunktion: $E \cdot 36'000 + M \cdot 120'000 = \max = z$
 (mit "Eigenleistung" = Einnahmen)

$E = E(M)$
 \Rightarrow

$$\begin{aligned} E &\leq -4M + 60 \\ E &\leq -\frac{8}{3} \cdot M + 48 \end{aligned}$$

$$E = -\frac{10}{3} \cdot M + \frac{2}{36'000}, z = \max$$

$E, M = ?$

SSS \Rightarrow $E=24, M=9$

9) A: = Anzahl Rollen auf Maschine I
 B: = Anzahl Rollen auf Maschine II

Nebenbedingungen:

$$A \geq 15$$

$$A \cdot 2 + B \cdot 1 \geq 60$$

$$A \cdot 1 + B \cdot 5 \geq 75$$

Zielfunktion: $A + B = \min = z$

$$A \geq 15$$

$$A \geq \frac{1}{2} \cdot B + 30$$

$$A \geq -5B + 75$$

$$A = -B + z, \quad z = \min$$

A, B = ?

ggS = A = 25, B = 10

10) A: = Anzahl Pakete Mischung A
 B: = Anzahl Pakete Mischung B

Nebenbedingungen:

$$A \cdot 0.3 + B \cdot 0.4 \leq 360$$

$$A \cdot 0.2 + B \cdot 0.4 \leq 320$$

$$A \cdot 0.5 + B \cdot 0.2 \leq 380$$

Zielfunktion:

a) $A + B = \max = z_1$
 b) $A \cdot 12 + B \cdot 18 = \max = z_2$

Unter der Voraussetzung: Kosten = Einnahmen

$$A \leq -\frac{4}{3} \cdot B + 1200$$

$$A \leq -2 \cdot B + 1600$$

$$A \leq -\frac{2}{5} \cdot B + 760$$

$$A = -B + z_1$$

$$A = -\frac{3}{2} \cdot B + \frac{z_2}{12}$$

**ggS = a) A = 600, B = 450 \Rightarrow Ein. = 15'300,-
 b) A = 400, B = 600 \Rightarrow Ein. = 15'600,-**

11) R: = Anzahl Flaschen Rotwein
 W: = Anzahl Flaschen Weisswein

Nebenbedingungen:

$$W \cdot 11 + R \cdot 14 \leq 850$$

$|W - R| = 25$
 $\Leftrightarrow W - R = 25$
 od. $W - R = -25$

Zielfunktion:

a) $W + R = \max = z_1$
 b) $R = \max = z_2$

\Rightarrow W = 48, R = 23
 \Rightarrow R = 45, W = 20

$$W = W(R)$$

$$W \leq -\frac{14}{11} \cdot R + \frac{850}{11}$$

$$W \leq R + 25$$

$$W \geq R - 25$$

$$W = -R + z_1$$

$$R = z_2$$

≈ 77.273

12) A: = Anzahl Arbeiter
 L: = Anzahl Lehrlinge

Nebenbedingungen:

$$120 \leq A + L \leq 150$$

$$L \geq \frac{1}{5} \cdot (A + L)$$

$$L \leq A - 20$$

Zielfunktion:

a) $A = \max$ 120
 b) $L = \max$ 65
 c) $A \cdot 4500 + L \cdot 1000 = \min = z$

A = 30, L = 50

$$L \leq -A + 150$$

$$L \geq -A + 120$$

$$L \geq \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{5} A = \frac{1}{4} A$$

$$L \leq A - 20$$

$$L = L(A)$$

$L = -4.5A + \frac{z}{1000}$