

**Analysis-Aufgaben: Integralrechnung 3**

1. Berechne die folgenden Integrale ...

(a) mit Hilfe der partiellen Integration:

$$\int_0^1 (t^2 + 1)e^t dt$$

(b) mit Hilfe der Substitutionsregel:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos \varphi}{1 + 2 \sin \varphi} d\varphi$$

2. Sei  $f(x) = \sin x$ .

(a) Skizziere den Verlauf des zugehörigen Graphen über  $[-2\pi, 4\pi]$ .

(b) Berechne die Fläche zwischen dem  $\text{graph}(f)$  und der  $x$ -Achse über  $[0, 2\pi]$ .

3. Sei  $g(x) = x^2 + x - 6$ .

(a) Skizziere den Verlauf des zugehörigen Graphen.

(b) Berechne die Fläche zwischen dem  $\text{graph}(g)$  und der  $x$ -Achse über  $[-2, 3]$ .

(c) Bestimme die obere Integrationsgrenze  $r$ , so dass  $\int_{-2}^r g(x) dx$  verschwindet.

(d) Interpretiere das Resultat aus (c).

4. Sei  $h(x) = x^2$ .

(a) Berechne den Flächeninhalt im 1. Quadranten zwischen dem  $\text{graph}(h)$  und der  $x$ -Achse bis zur Geraden  $x = 2$ .

(b) Bestimme  $s$ , so dass die Gerade  $x = s$  die Fläche aus (a) im Verhältnis 1 : 7 teilt.

(c) Welche Parallele zur  $x$ -Achse halbiert die Fläche aus (a).