

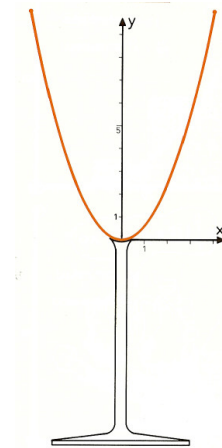
Analysis-Aufgaben: Integralrechnung 5

- Bestimme das Volumen des Drehkörpers, der durch die Rotation des von der Kurve  $f(x) = (x-2)^2 \cdot \sqrt{3x}$  und der  $x$ -Achse berandeten Flächenstücks um die  $x$ -Achse entsteht.

- Der Graph der Parabel

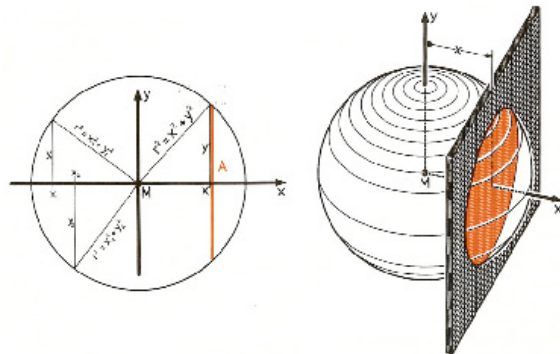
$$f(x) = \frac{\sqrt{6}}{2}x^2$$

beschreibt den Umriss des nebenstehenden Sektglases. Wie hoch muss es für ein 'Cüpli' gefüllt werden ?



- Berechne mit Hilfe der *Rotationsformel* das Volumen eines geraden Kreiskegelstumpfs, dessen Mantellinie durch  $k(x) = \frac{1}{2}x$  gegeben ist, eine Körperhöhe von 5 hat und einen Durchmesser der Grundfläche von 8 aufweist. (Skizziere die Situation und überprüfe Dein Resultat, in dem Du die Formel für den geraden Kreiskegelstumpf aus 'Formeln und Tafeln' verwendest.)

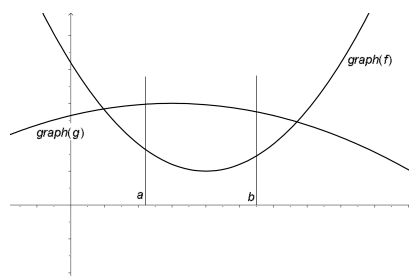
- Formuliere die Formel zur Berechnung des Kugelvolumens und beweise sie.



5.  $f(x)$  ist eine Polynomfunktion 4. Ordnung die in  $(0/0)$  einen Wendepunkt und als zugehörige Wendetangente die  $x$ -Achse hat. Ausserdem liegen die Punkt  $A = (-4/0)$  und  $B = (2/2)$  auf dem Graphen von  $f$ .
- Bestimme die Funktionsgleichung von  $f$ .
  - Skizziere den Graphen von  $f$  (mit vollständiger Kurvendiskussion!).
  - Bestimme die Funktionsgleichung der von der  $x$ -Achse verschiedenen Wendetangente  $t$  und berechne den Inhalt der von  $t$  und dem Graphen von  $f$  eingeschlossenen Fläche.

6. Beweise, dass für das Volumen des Körper, der durch die Rotation der durch  $f$  und  $g$  über dem Intervall  $[a, b]$  begrenzten Fläche entsteht, folgendes gilt:

$$V = \pi \cdot \int_a^b (g(x))^2 - (f(x))^2 dx$$



7. Der Graph der Funktion  $f(x) = 1 - \frac{2e^x}{e^x + a}$ , die  $x$ -Achse und die Gerade  $x = \ln(2a)$ , mit jeweils  $a > 0$ , schliessen eine Fläche ein. Beweise, dass der Inhalt dieser Fläche nicht von  $a$  abhängt.

8. Wir betrachten die folgende Kurvenschar:

$$f_a(x) = a \sin x \cos x, \quad a \in \mathbb{R}_{>0}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

- Bestimme die Null-, Extremal- & Wendestellen in abhängigkeit von  $a$ .
- Skizziere den Graphen von  $f_2(x)$ .
- Bestimme den Inhalt der Fläche, welche durch den Graphen von  $f_2$  und der  $x$ -Achse begrenzt wird.