

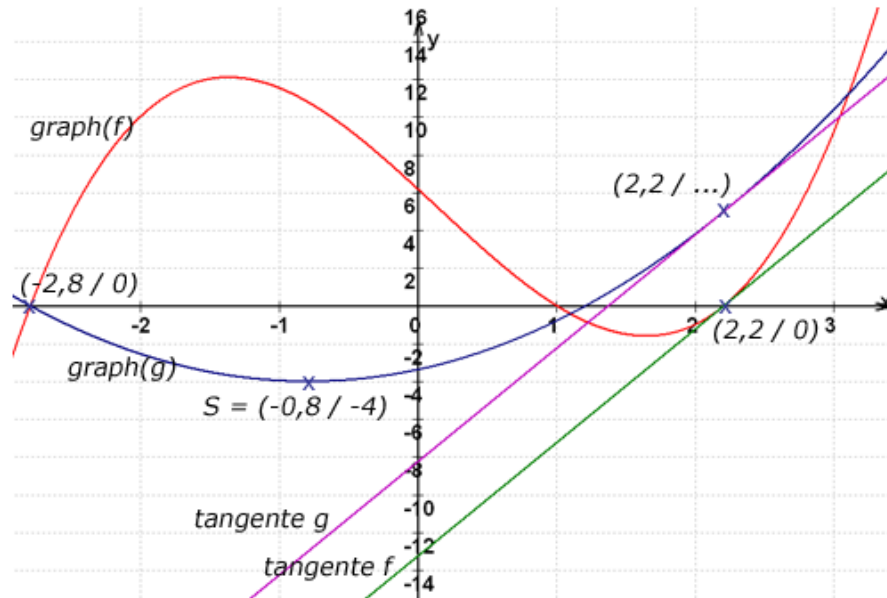
Analysis-Aufgaben: Integralrechnung 7

1. Bestimme die Arbeit, die aufgebracht werden muss, um eine dem Hook'schen Gesetz genügende elastische Stahlfeder mit der Federkonstanten $k = 8,45 \cdot 10^5 N/m$ um $17,3cm$ zusammenzudrücken.
2. Ein ideales Gas besitzt im Ausgangszustand das Volumen $V_1 = 2,75m^3$ und den Druck $p_1 = 1250n/m^2$. Es wird *isotherm* (d.h. unter Konstanthaltung der Temperatur) auf das Volumen $V_2 = 0,76m^3$ komprimiert. Bestimme die Arbeit, welche dafür am Gas verrichtet wurde.
3. Ein $1000kg$ schwerer Körper wird von der Erde auf den Mond befördert. Wie viel mal weiter in das All kann er befördert werden, wenn die gleiche Energiemenge zur Verfügung steht, er aber vom Mond aus (in die gleiche Richtung gestartet wird)?
4. Wir betrachten die folgende Funktion:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

- (a) Bestimme die Bogenlänge von f über dem Intervall $[0, 5]$
- (b) Bestimme den Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f und
 - i. der x -Achse,
 - ii. der y -Achseüber dem Intervall $[2, 6]$.
- (c) Bestimme ...
 - i. das Volumen,
 - ii. die Oberflächedes Körpers, der durch die Rotation von f um die x -Achse über dem Intervall $[0, 4]$ entsteht.
- (d) Bestimme die notwendige Höhe (ausgehend vom Ursprung) des Körpers, der durch die Rotation von f um die y -Achse entsteht und ...
 - i. das gleiche Volumen,
 - ii. die gleiche Oberflächewie der Körper aus (c) hat.
- (e) Der trichterförmige Körper, der durch die Rotation von f um die y -Achse entsteht, soll (ausgehend von der Höhe $y = 0$) bis zu einer Höhe von $5m$ mit Wasser ($\rho_{H_2O} = 1g/cm^3$) gefüllt werden. Bestimme die erforderliche Arbeit.

5. Wir betrachten die folgende graphische Darstellung:



wobei

- f und g Polynomfunktionen kleinstmöglicher Ordnung sind,
- die Tangenten zueinander parallel sind und die x -Achse unter einem Winkel von $\phi = 80.538^\circ$ schneiden
- der Achsenabschnitt von f 6.160 ist.

Bestimme den Umfang und den Inhalt der durch die Graphen von f und g begrenzten Fläche und die Winkel, unter welchen sich die Graphen von f und g schneiden.

6. Wir betrachten die folgende Funktion über dem Intervall $[-1, 1]$:

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

- Diskutiere die Funktion vollständig.
- Approximiere $f(x)$ um den Ursprung durch eine Polynomfunktion 3. Grades.
- Bestimme die Oberfläche des Körpers, der durch eine Rotation um die x -Achse entsteht.