Analysis-Aufgaben: *Integralrechnung 8*

1. Zeige, dass die vorgegebene Funktion wirklich eine Lösung der Differentialgleichung ist:

   (a) $x(t) = \cos t \quad , \qquad \ddot{x} + x = 0$

   (b) $x(t) = C_1 \cdot e^{5t} + C_2 \cdot e^{-t} \quad , \qquad \ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = 0$

   (c) $x(t) = \dfrac{Ct}{1+t} \quad , \qquad t(1+t)\dot{x} = x$

   (Für die Konstanten gilt: $C, C_1, C_2 \in \mathbb{R}$)

2. Bestimme die Lösung der Differentialgleichung

   $$t(1+t)\dot{x} = x$$

   die durch den Punkt P = (1/8) geht.
   (Verwende Aufgaben 1.c))

3. Eine *harmonische Schwingung* ist durch folgende Funktion bestimmt:

   $$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad , \qquad A > 0 \ , \ \varphi \in [0, 2\pi[$$

   (a) Erkläre die Parameter A, ω_0 und φ

   (b) Zeige, dass die harmonische Schwingung folgende Differentialgleichung erfüllt:

   $$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

4. Ein Massepunkt wird auf dem Eiffelturm frei fallengelassen.

   (a) Wie weit fällt er innerhalb 1 Sekunde ?

   (b) Wie viele Meter über dem Boden befindet er sich nach 2 Sekunden freiem Fall ?

   (c) Nach wie vielen Sekunden schlägt er auf dem Boden auf ?

   (d) Bestimme die Anfangsgeschwindigkeit, so dass der Massepunkt nach 3 Sekunden den Boden erreicht.