Analysis-Aufgaben: Rationale Funktionen 2

1 $f(x) = x^3 - x^2$ $\quad g(x) = x^4 + 4$

a) i) $f(-3) = \underline{\underline{-36}}$

ii) $g(1/2) = \underline{\underline{4{,}06}}$ $\quad (4{,}0625 = 4 + 1/16)$

iii) $f \circ g(0) = f(4) = \underline{\underline{48}}$

iv) $g \circ f(0) = g(0) = \underline{\underline{4}}$

v) $f(t) = \underline{\underline{t^3 - t^2}}$

vi) $f \circ \underbrace{g(-2r)}_{(-2r)^4+4} = f(16r^4 + 4)$

$= (16r^4+4)^3 - (16r^4+4)^2$

$= \underline{\underline{4096r^{12} + 2816r^8 + 640r^4 + 48}}$

vii) $g \circ f \circ g(-e) = g \circ \underbrace{f(e^4+4)}$

$= (e^4+4)^3 - (e^4+4)^2$

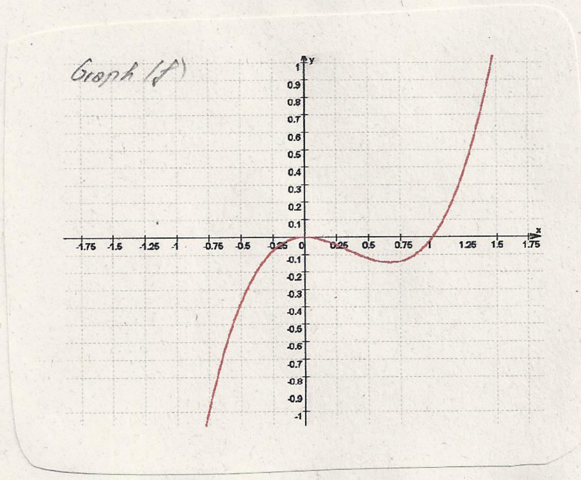
$= e^{12} + 11e^8 + 40e^4 + 48$

$= g(e^{12} + 11e^8 + 40e^4 + 48)$

$= \underline{\underline{e^{48} + 44e^{44} + 886e^{40} + 10'756e^{36} + 88'657e^{32}}} +$

$\underline{\underline{+\, 516'856e^{28} + \ldots}}$

b)



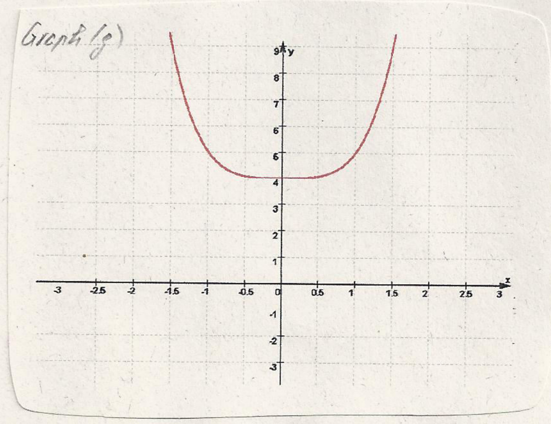
$D(f) = [2, 6]$

Graph $\overset{(*)}{\leadsto}$ f streng ↗ auf $[2, 6]$

$\Rightarrow \underline{\underline{W(f) = [4, 180]}}$

(*) diskutieren!

c)



$D(g) =]-1, 2]$

Graph $\overset{(*)}{\leadsto}$ ...

$\Rightarrow \underline{\underline{W(g) = [4, 20]}}$

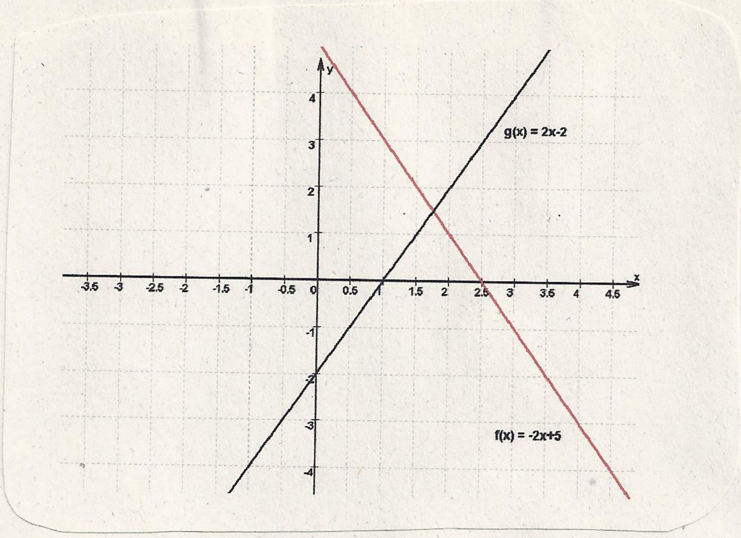
(*) diskutieren & Einfluss 'offen' / 'abg' / .. Intervall.

d) Achsenabschnitt von i) $f(x)$: $f(0) = \underline{\underline{0}}$

ii) $g(x)$: $g(0) = \underline{\underline{4}}$

②

a)



b) $\underline{\underline{b(x) = -2x + q\ ,\ q \in \mathbb{R}}}$

c) $c(x) = ax + b$

$\parallel$ zu f $\Leftrightarrow$ $\underline{a = -2}$

durch den Ursprung $\Leftrightarrow$ $c(0) = 0 \Leftrightarrow \underline{b = 0}$

$\Rightarrow \underline{\underline{c(x) = -2x}}$

d) $\parallel$ & schneiden $\underline{\underline{\lightning}}$

e) · durch den Ursprung $\Leftrightarrow$ $e(0) = 0 \Leftrightarrow \underline{b = 0}$

· $e(x) = ax + b$

$\parallel$ zu f $\Leftrightarrow$ $\underline{a = -2}$

schneidet g in (3/4) $\Leftrightarrow$ $e(3) = 4$

$\Leftrightarrow (-2) \cdot 3 + b = 4$

$\Leftrightarrow \underline{b = 10}$

$\Rightarrow \underline{e(x) = -2x + 10}$

$\underline{\underline{\lightning}}$

f) Schnittpunkt $\Leftrightarrow$ $f(x) = g(x)$

$\Leftrightarrow -2x + 5 = 2x - 2$

$\Leftrightarrow \underline{x = 7/4} \Rightarrow \underline{y = 1{,}5}$

$\Rightarrow \underline{\underline{S = (1{,}75 / 1{,}5)}}$

g) Abstand $= \sqrt{1{,}75^2 + 1{,}5^2} = \underline{\underline{2{,}305}}$ (2,30488...)

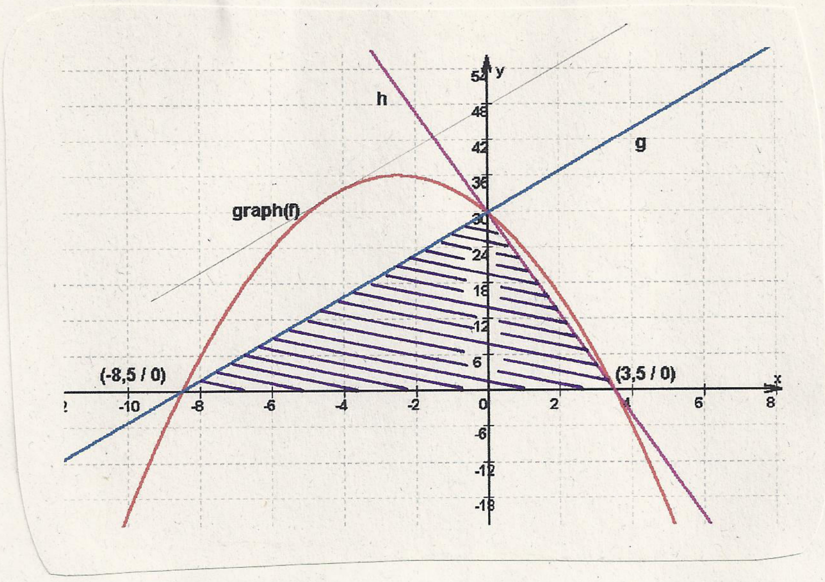
h) $g(-33) = -68 \Rightarrow \underline{\underline{A \notin \text{graph}(g)}}$

$\underline{\underline{B \in \text{graph}(g)}}$

$g(33) = 64 \Rightarrow \underline{\underline{C \notin \text{graph}(g)}}$

③

a)



$f(x) = -x^2 + bx + c$, $b, c \in \mathbb{R}$

· $(-8{,}5/0) \in graph(f)$

$\Rightarrow f(-8{,}5) = \underline{-72{,}25 - 8{,}5b + c = 0}$

· $(3{,}5/0) \in graph(f)$

$\Rightarrow f(3{,}5) = \underline{-12{,}25 + 3{,}5b + c = 0}$

$\Rightarrow -72{,}25 - 8{,}5b = -12{,}25 + 3{,}5b$

$\Leftrightarrow \underline{b = -5}$

$\Rightarrow \underline{c = 29{,}75}$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x^2 - 5x + 29{,}75}}$

b) $f(0) = \underline{29{,}75}$ (= Achsenabschnitt von f)

c) · $g(x) = ax + b$

$(0/29{,}75) \in graph(g) \Leftrightarrow \underline{b = 29{,}75}$

$(-8{,}5/0) \in graph(g) \Leftrightarrow (-8{,}5) \cdot a + 29{,}75 = 0$

$\Leftrightarrow \underline{a} = 3.5$

$\Rightarrow \underline{g(x) = 3.5x + 29{,}75}$

· $h(x) = ax + b$

$(0/29{,}75) \in graph(h) \Leftrightarrow \underline{b = 29{,}75}$

$(3{,}5/0) \in graph(h) \Leftrightarrow 3{,}5 \cdot a + 29{,}75 = 0$

$\Leftrightarrow \underline{a = -8{,}5}$

$\Rightarrow \underline{h(x) = -8{,}5 \cdot x + 29{,}75}$

$\Rightarrow a_g = 3.5 \Rightarrow -\frac{1}{a_g} = -0{,}286 \neq a_h \Rightarrow \underline{\underline{h \not\perp g}}$

d) schraffierte Fläche $= \frac{8.5 \cdot 29.75}{2} + \frac{3.5 \cdot 29.75}{2} = \underline{\underline{178.5}}$

e) Abstand zur NS $x_1 = -8{,}5$ $= \sqrt{29.75^2 + (-8{,}5)^2} = \underline{\underline{30.94}}$

Abstand zur NS $x_2 = 3{,}5$ $= \sqrt{29.75^2 + 3.5^2} = \underline{\underline{29.955}}$

③ f) $g(x) = 3.5x + 29.75$

$\Rightarrow$ „nicht schneiden": $\underline{\underline{g_1(x) = 3.5x + q}}$, mit $q \in \mathbb{R}$ genügend groß.

(Grafik $\Rightarrow q > 48$)

g) Berühren $\Rightarrow$ $g_2(x) = f(x)$ hat nur 1 Lsg.

$\Leftrightarrow 3.5x + s = -x^2 - 5x + 29.75$

$\Leftrightarrow \underline{x^2 + 8.5x + (s - 29.75) = 0}$ hat nur 1 Lsg.

$\Leftrightarrow D = 8.5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (s - 29.75) = 0$

$\Leftrightarrow \underline{s = 47.813}$ (47.8125)

$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 3.5x + 47.813}}$

(zurück zur Aufg. f) $q > 47.8125$)

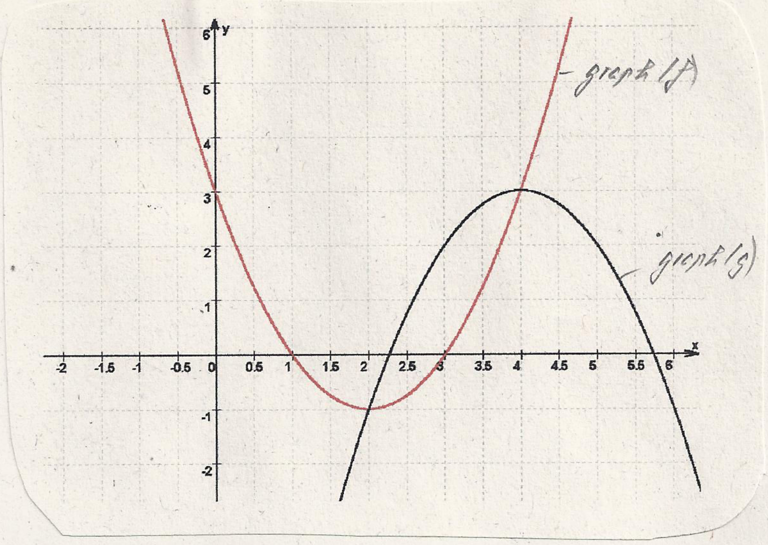
h) $\max(f) = 36$, $\max(g)$ ex. nicht, $\max(h)$ ex. nicht

i) $\min_{[-5,2[}(f)$ ex. nicht!

$\min_{[-5,2[}(g) = 12.25$

$\min_{[-5,2[}(h)$ ex. nicht!

④



Zur Erinnerung:

$f(x) = (x-m)^2 + n$

hat als Scheitelpunkt $S = (m|n)$

a) Maximum von f : ex. nicht , Maximum von $g = 3$

Minimum von $f = -1$, Minimum von g : ex. nicht

b) Sei $r(x) = ax + b$ die Verbindungs-Gerade

$$\left.\begin{aligned} S_f = (2|-1) \in \text{graph}(r) &\iff 2\cdot a + b = -1 \\ S_g = (4|3) \in \text{graph}(r) &\iff 4a + b = 3 \end{aligned}\right\} \overset{TR}{\Rightarrow} a = 2 \ , \ b = -5$$

$\Rightarrow r(x) = 2x - 5$

$\Rightarrow$ Steigung $= 2$, Achsenabschnitt $= -5$

c) $h(x) = -(x-m)^2 + 3$ berührt $f(x)$ $\iff$ $h(x) = f(x)$ hat genau 1 Lösg.

$$\iff -(x-m)^2 + 3 = (x-2)^2 - 1$$

$$\iff -x^2 + 2xm - m^2 + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1$$

$$\iff 2x^2 - (4+2m)x + m^2 = 0$$

$\Rightarrow$ hat genau 1 Lösg. $\iff (-4-2m)^2 - 4\cdot 2\cdot m^2 = 0$

$$\iff 16 + 16m + 4m^2 - 8m^2 = 0$$

$$\iff -4m^2 + 16m + 16 = 0$$

$$\iff m_1 = 4{,}83 \ \vee \ m_2 = -0{,}83$$

④ d) $h(x) = -(x-4)^2+n$ berührt $f(x)$ $\Leftrightarrow$ $h(x)=f(x)$ hat genau 1 Lösg.!

$\Leftrightarrow \quad -(x-4)^2+n = (x-2)^2-1$

$\Leftrightarrow \quad -x^2+8x-16+n = x^2-4x+4-1$

$\Leftrightarrow \quad \underline{2x^2-12x+(19-n)=0}$

hat genau 1 Lösg $\Leftrightarrow \quad (-12)^2-4\cdot2\cdot(19-n)=0$

$\Leftrightarrow \quad 144-152+8n=0$

$\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{n=1}}$

⑥ → Vergl. Theorieunterlagen "Exp- & Pot.fkt."
oder mit GeoGebra

(Stichwörter: Monotonie, Bijektivität, Nullstellen)

⑦ a: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ streng monoton ↗ $\Rightarrow$ $a^{-1}(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$a(x) = 2x + 1 = y$

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{y-1}{2} = \frac{y}{2} - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad a^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

b: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ mit sm ↘ auf $]-\infty, 0]$
und sm ↗ auf $[0, \infty[$

$\Rightarrow$ $b_1^{-1}(x): \mathbb{R}_{\geq 0} \to]-\infty, 0]$, $b_1^{-1}(x) = -\sqrt{x}$

$b_2^{-1}(x): \mathbb{R}_{\geq 0} \to [0, \infty[$, $b_2^{-1}(x) = \sqrt{x}$

c: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}$ sm ↗ $\Rightarrow$ $c^{-1}(x): \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$
mit $c^{-1}(x) = \log_3(x) = \frac{\ln x}{\ln 3}$

d: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}$ sm ↗ $\Rightarrow$ $d^{-1}(x): \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$
mit $d^{-1}(x) = \ln x$

f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}$ sm ↗ $\Rightarrow$ $f^{-1}(x): \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$
mit $f^{-1}(x) = \frac{1}{5} \cdot \ln\left(\frac{x}{4}\right)$

$g(x)$: nach oben geöffnete Parabel mit $S = \left(-\frac{2}{2 \cdot 1} \,/\, 3 - \frac{2^2}{4 \cdot 1}\right) = (-1/2)$

$\Rightarrow g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\geq 2}$ mit sm ↘ auf $]-\infty, -1]$
und sm ↗ auf $[-1, \infty[$

$x^2 + 2x + 3 = y$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x + (3-y) = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3-y)}}{2 \cdot 1}$

$= -1 \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4y - 8}$

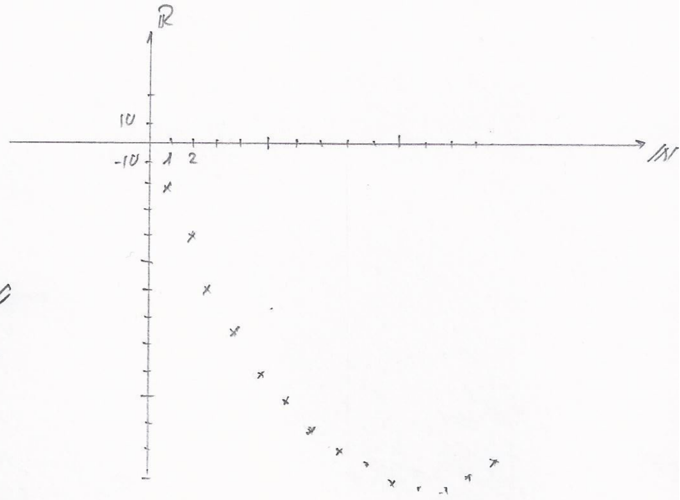
$\Rightarrow g_1^{-1}(x): [2, \infty[\to]-\infty, -1]$
mit $g_1^{-1}(x) = -1 - \frac{1}{2}\sqrt{4y-8}$

$g_2^{-1}(x): [2, \infty[\to [-1, \infty[$
mit $g_2^{-1}(x) = -1 + \frac{1}{2}\sqrt{4y-8}$

(8) a) ...

b) $a = b = 1 \wedge c = +50°$; $a = -1, b = 1, c = -50°$

(9) a) $a_n = n^2 - 23n$



Monotonieverhalten

$$a_{n+1} - a_n \overset{?}{\gtrless} 0 \iff (n+1)^2 - 23(n+1) - (n^2 - 23n) \gtrless 0$$

$$\iff n^2 + 2n + 1 - 23n - 23 - n^2 + 23n \gtrless 0$$

$$\iff 2n - 22 \gtrless 0$$

$\Rightarrow$ für $n \leq 10$ folgt < 0, also sm $\searrow$

für $n \geq 12$ folgt > 0, also sm $\nearrow$

für $n = 11$ folgt $= 0$ $\Rightarrow$ Wechsel von sm $\searrow$ in sm $\nearrow$

Beschränktheit: · Monotonieverhalten $\Rightarrow$ nub mit $Min = a_{11} = -132$

· $n^2 - 23n = n(n-23) > n, \quad \forall n > 23$ $\Rightarrow$ nicht nob

$\downarrow$ nicht nob

b) $b_n = \frac{2n+1}{n^2+2n+1} \Rightarrow \lim_{n \to \infty} b_n = 0$ (Grad Nenner > Grad Zähler)

Limes existiert $\Rightarrow$ innerhalb der ε-Umgebung: ∞-viele Elemente

Aufstellen: $|b_n - 0| < 0.001$

$$\iff 2n + 1 < 0.001n^2 + 0.002n + 0.001$$

$$\iff 0.001n^2 - 1.998n - 0.999 > 0$$

nach oben geöffnete Parabel mit NS $x_1 = -0.500$, $x_2 = 1998{,}500$ $\Rightarrow$ $n = 1998$

(10) a) $f(t) = a \cdot 1.15^t$

b) i) $f(1) = 1'150$

$f(3) = 1'521 \quad (1520{,}875)$

$f(-2) = 756 \quad (756{,}144)$

ii) $f(t) = 1000 \cdot 1.15^t = 2 \cdot 1000 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{t = 4.959 \text{ Std}}}$

iii) Bei 4.959 Std $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{ca. 7 Uhr}}}$

c) i) $f(1) = 2500 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^1 = 5'000 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{p = 100\%}}$

ii) $f(2) = 2'500 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = 5'000 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{p = 41.421\%}}$

iii) $\underline{\underline{p = 25{,}992\%}}$

(11)

(12) $C^{14}, \quad T_{1/2} = 5'700\,y \quad \Rightarrow \quad \underline{\lambda} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \underline{1.216 \cdot 10^{-4}}$

$$\left.\begin{array}{l} N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \quad \parallel \\ x \cdot N_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{x = 0{,}667} = \underline{\underline{66{,}7\%}}$$

/ Stand 2011, mit 1323)

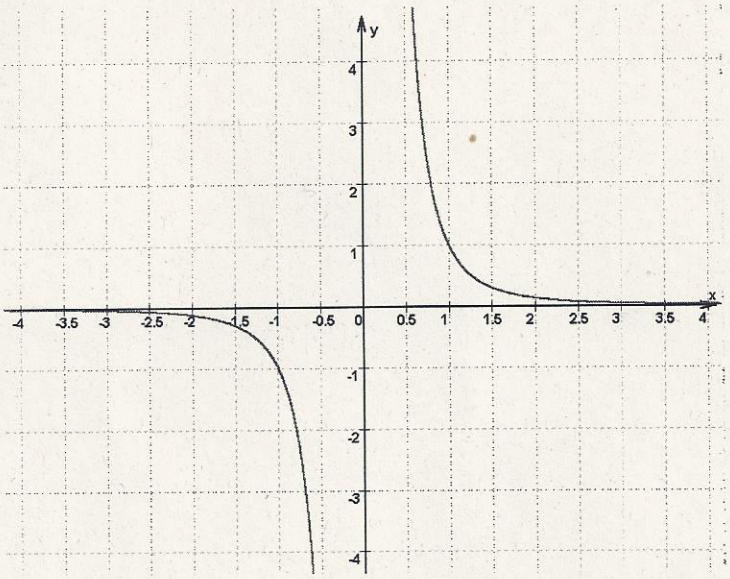
Verwende allg. $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$,

$p(x)$ = Zählerpolynom

$q(x)$ = Nennerpolynom

2. Teil: Gebrochen - rationaler Teil

13. a) $a(x) = \frac{1}{x^3}$

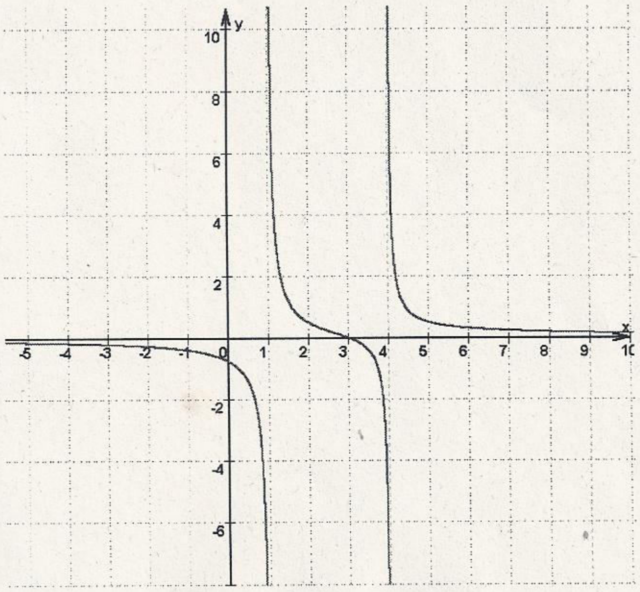


- $D(a) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $W(a) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- NS: es existieren keine!
- Pol: $x = 0$, (Pol mit VZW)

  $\lim_{x \nearrow 0} a(x) = -\infty$, $\lim_{x \searrow 0} a(x) = +\infty$
- Asymptote: $\underline{\underline{y}} = \lim_{x \to \pm\infty} a(x) = \underline{\underline{0}}$

---

b) $b(x) = \frac{\overbrace{x^2 - 4x + 3}^{= (x-1)(x-3)}}{\underbrace{x^3 - 6x^2 + 9x - 4}_{= (x-4)(x-1)^2}}$



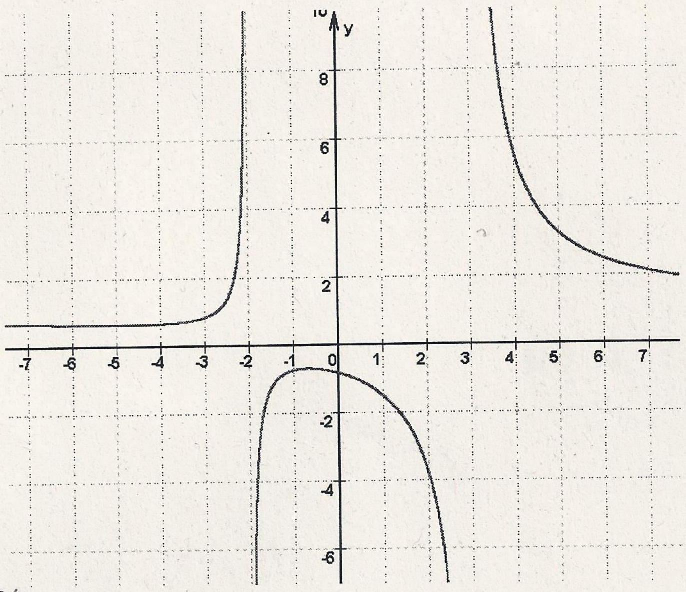
- $D(b) = \mathbb{R} \setminus \{1, 4\}$, $W(b) = \mathbb{R}$
- NS: mögl. NS: $x_1 = 1 \notin D(b)$

  $x_2 = 3 \in D(b)$

  $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{NS ist } x_2 = 3}}$
- Pole: mögl. Pole sind $x_3 = 4$, $x_4 = 1$
  - $p(x_4) = 0 \Rightarrow 1$ ist kein Pol

    Bsp: ab doppelt NS im Nenner und einfache NS im Zähler $\rightarrow$ $\underline{\underline{x_4 = 1 \text{ ist eine Lücke mit Polcharakter}}}$
  - $p(x_3) \neq 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_3 = 4 \text{ ist ein Pol (mit VZW)}}}$
- Asymptote: $\underline{y} = \lim_{x \to \pm\infty} b(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{1/x - 4/x^2 + 3/x^3}{1 - 6/x + 9/x^2 - 4/x^3} = \underline{\underline{0}}$

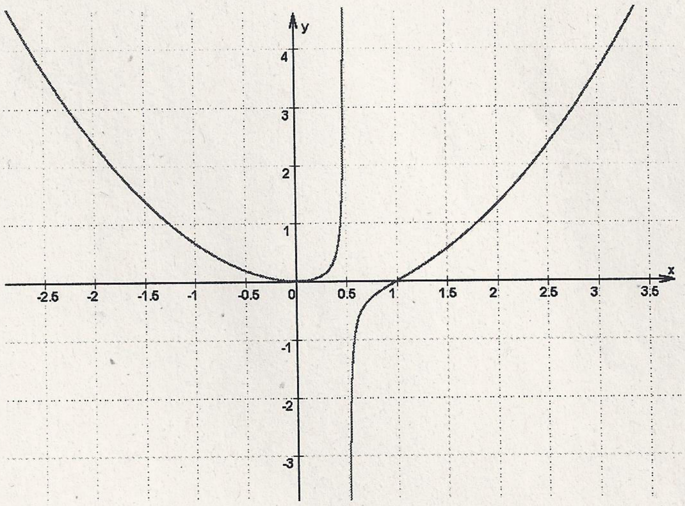
c) $$c(x) = \frac{\overbrace{x^2+3x+5}^{\text{nicht zerlegbar!}}}{\underbrace{x^2-x-6}_{=(x-3)(x+2)}}$$



- $D(c) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 3\}$, $W(c) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $\underline{NS}$: es existieren keine!
- $\underline{Pol}$: mögl. Pol $\underline{x_1 = -2}$, $\underline{x_2 = 3}$
  $p(x_1) \neq 0$ ✓
  $p(x_2) \neq 0$ ✓
  lim ✓
  $\Big\}$ $\underline{\text{Pol mit VZW}}$
- $\underline{\text{Asymptote}}$:
  $$\underline{y} = \lim_{x\to\pm\infty} c(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1+3/x+5/x^2}{1-1/x-6/x^2} = \underline{\underline{1}}$$

---

d) $$d(x) = \frac{\overbrace{x^3-x^2}^{x^2(x-1)}}{2x-1}$$



- $D(d) = \mathbb{R} \setminus \{1/2\}$, $W(d) = \mathbb{R}$
- $\underline{NS}$: $\underline{x_1 = 0}$ $(\in D)$
  $\underline{x_2 = 1}$ $(\in D)$
- $\underline{Pol}$. $\underline{\underline{x_3 = 1/2}}$
  $q(x_3) = 0$
  $p(x_3) \neq 0$
  $\lim_{x\to x_3} d(x) = +\infty$
  $\lim_{x\to x_3} d(x) = -\infty$
  $\Big\}$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\text{mit VZW}}}$
- $\underline{\text{Asymptote}}$:
  (grad $q(x)$ < grad $p(x)$ $\Rightarrow$ Polynomdivision)

$$(x^3-x^2):(2x-1) = \tfrac{1}{2}\cdot x^2 - \tfrac{1}{4}\cdot x - \tfrac{1}{8} - \frac{1/8}{2x-1}$$
$$-(x^3 - \tfrac{1}{2}x^2)$$
$$-\tfrac{1}{2}x^2$$
$$-(-\tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{4}\cdot x)$$
$$-\tfrac{1}{4}\cdot x$$
$$-(-\tfrac{1}{4}x + \tfrac{1}{8})$$

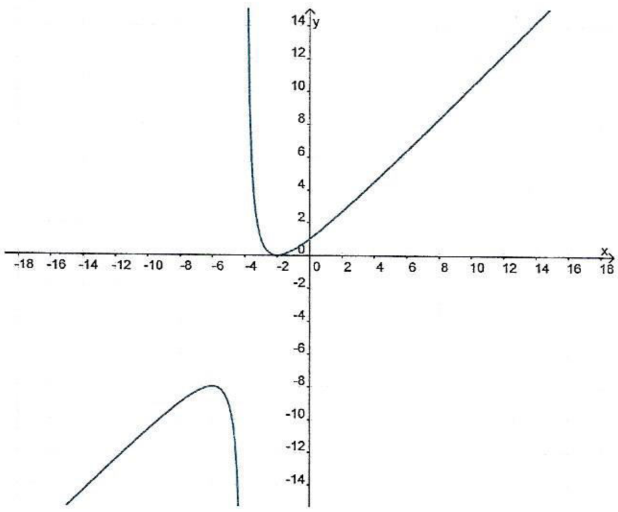
$$\Rightarrow \underline{\underline{y(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{8}}}$$

Näherungskurve

• $\underline{e(x)} = \dfrac{x^3+x^2-8x-12}{x^2+x-12} \quad \left(= \dfrac{p(x)}{q(x)}\right)$

$= \dfrac{(x-3)(x+2)^2}{(x-3)(x+4)}$

$\Rightarrow \underline{D(e) = \mathbb{R} \setminus \{-4, 3\}}$



Mögl. NS: $x_1 = 3 \notin D(e)$

$\underline{x_2 = -2}$

Mögl. Pol: $x_3 = 3 \Rightarrow p(x_3) = 0$ ↯

$\underline{x_4 = -4} \Rightarrow p(x_4) \neq 0$ ✓

↳ Pol. mit VZW

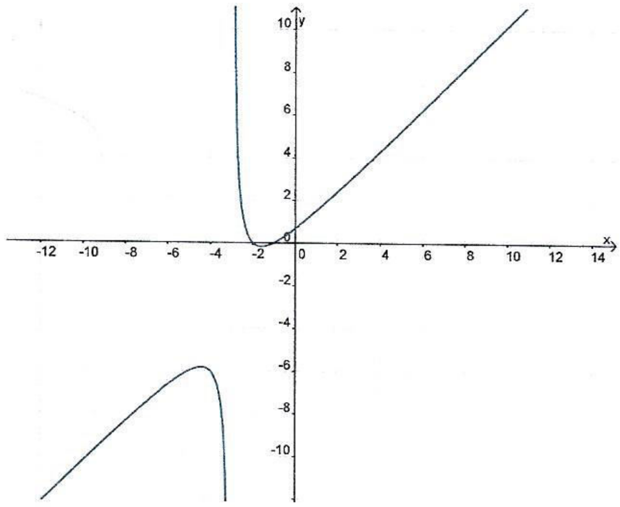
$x_3 = 3$ ist Lücke

$e(x) = x + \dfrac{4}{x+4} \Rightarrow \underline{a(x) = x}$

• $\underline{f(x)} = \dfrac{x^3+6x^2+11x+6}{x^2+6x+9}$

$= \dfrac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x+3)^2}$

$\Rightarrow \underline{D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-3\}}$



NS: $\underline{x_1 = -1}$

$\underline{x_2 = -2}$

Pol: keine! $x_3 = -3$ ist eine Lücke mit Polcharakter

$\underline{a(x) = x}$

· Bruchaufstlg ... groß
· alphabetisch ...

Vorbesprechung ...

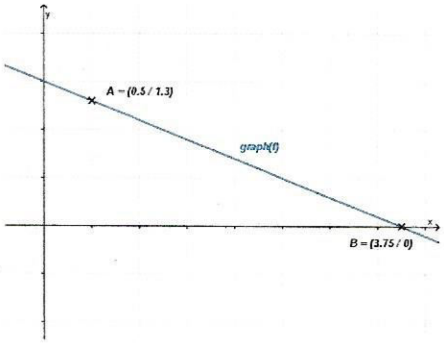
3. Teil **Graphische Darstellung von Funktionen**

15. Bestimme für die folgenden Graphen eine mögliche Funktionsgleichung:

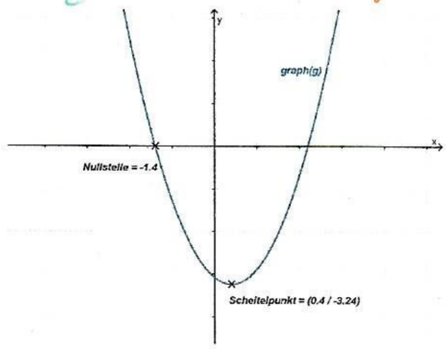
$g(x) = (x+1.4)(x-2.2)$

(1)

$f(x) = -0.4x + 1.5$



(2)



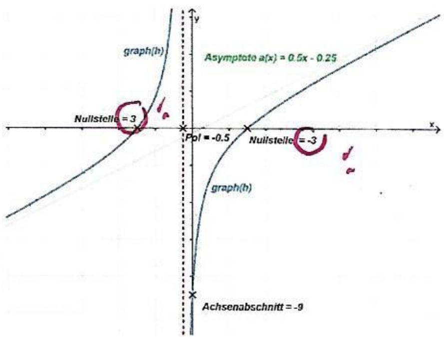
· Fkt typ ...
· Schaubild [illegible] die verwenden ...

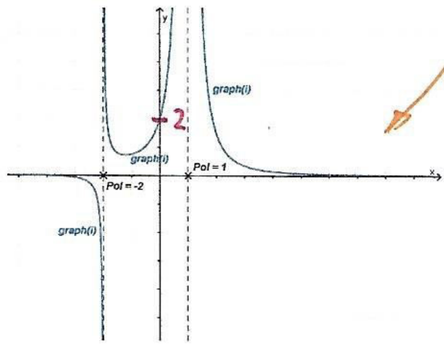
(3)

$i(x) = \frac{x+4}{(x-1)^2(x+2)}$

(4)

$h(x) = \frac{x^2-9}{2x+1}$





Hinweis auf Problematik Auflösung, Sichtbarkeit ...

$h(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, mit $p(x) = (x-3)(x+3)$ NS, schneidend

$q(x) = (x+0.5)$ Pol ohne VZW

für $a(x)$: $\frac{p(x)}{q(x)} = (\frac{1}{2}(x^2-9)) : (x+0.5) = x - 0.5 - \frac{8.75}{x+0.5}$

$-(x^2+0.5x)$

$-0.5x-9$

$-(-0.5x-0.25)$

-8.75

$8 \cdot \frac{1}{2}$

anpassen an

$a(x) = 0.5x - \frac{1}{4}$

$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$, mit $p(x) = 1$ (keine NS)

$q(x) = (x+2)(x-1)^2$

Pole mit/ohne VZW

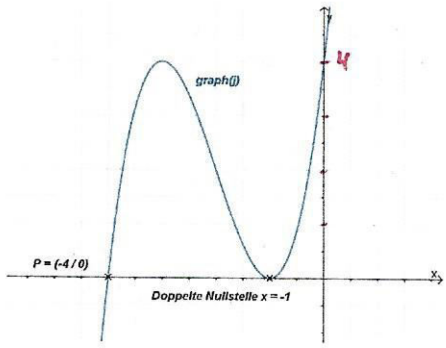
Fein-Anpassung: [illegible] $f(0) = 2$

$\Rightarrow p(x) = -4$

$\Rightarrow f(x) = \frac{-4}{(x+2)(x-1)^2}$

Polynom-Fkt 3. Grades

$f(x) = (x+1)^2(x+4)$



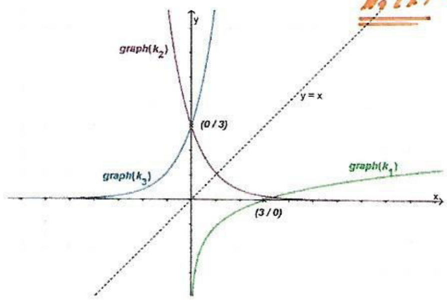
$f(x) = (x+4)\cdot(x-1)^2$

exp-Fkt & Inverse

$k_3(x) = 3\cdot e^{x}$

$k_2(x) = 3\cdot e^{-x}$

$k_1(x) = \ln\left(\frac{x}{3}\right)$



$k_2(x) = a^x + 2$, mit $a \in]0,1[$

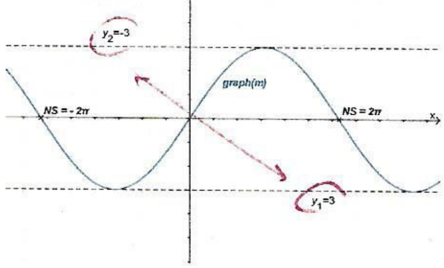
$k_3(x) = a^x + 2$, mit $c \in]1,\infty[$

$k_1(x) = k_3^{-1}(x)$ $\quad c^x + 2 = y \Leftrightarrow c^x = y-$

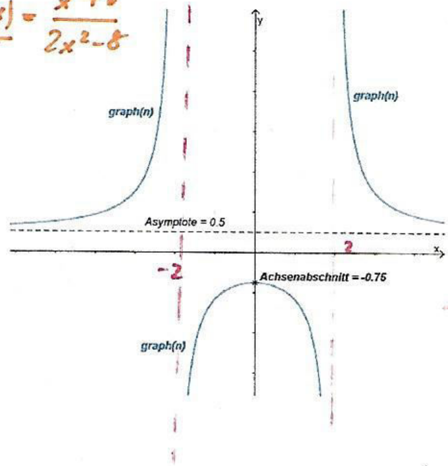
$x = \log_c(y-$

$\Rightarrow k_1(x) = \log_c(x$

$m(x) = 3\cdot\sin(\tfrac{1}{2}\cdot x)$



$n(x) = \dfrac{x^2+6}{2x^2-8}$



Angabe der Pole

trigo-Fkt

$\Rightarrow f(x) = \underset{\uparrow}{3}\cdot\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

Amplitude

2 Frequenz. $f(2\pi) = 3\cdot\underbrace{\sin\pi}_{=0}$.

$n(x) = \dfrac{1}{(x+2)(x-2)}$ keine NS, Pole an Stelle

Asymptote: $a(x) = 0.5$

Überprüfe ~~Deine~~ deine Lösungen selber mit GeoGebra. / Modell / CAS

$\dfrac{\frac{1}{2}\cdot(x^2+1)}{(x+2)(x-2)}$ keine NS, $a(x)$ Pole

$n(0) = \frac{1}{2} : (-4) = -\frac{1}{8}$

Asymptote. $AA = -0.75$

$n(x) = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot x^2 - \frac{1}{8}}{(x+2)(x-2)}$

passt nicht mehr (NS!)

Teilerbestimmung:

$\lim_{x\to -2} = \pm\infty$ "passt"

$n(x) = \dfrac{\frac{1}{2}\cdot(x^2+1) - \frac{5}{8}}{(x+2)(x-2)}$