

Geometrie-Aufgaben: Vektorgeometrie Repetitionsserie zu Teil 1

Grundlagen der Vektorgeometrie:

1. Definiere die folgenden Begriffe:

- Vektor,
- Addition/ Subtraktion/ skalare Multiplikation von Vektoren,
- Zusammenhang von *Koordinaten* und *Komponenten*.
- Skalar- & Vektorprodukt

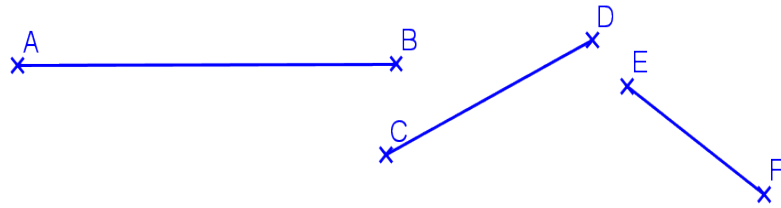
2. Gegeben sind die folgenden Grössen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda = 0.25$$

Berechne (wenn überhaupt möglich):

- (a) $\vec{a} + (\vec{b} \times \vec{c}) - \lambda \cdot \vec{d} =$
- (b) $\vec{a} - (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{d} =$
- (c) $(\vec{a} \cdot \vec{b}) - \lambda + (\vec{c} \cdot \vec{d}) =$
- (d) $(\vec{a} \times \vec{b}) + \lambda + (\vec{c} \times \vec{d}) =$
- (e) $(\vec{a} \times \vec{b}) - (\vec{c} \times \vec{d}) =$
- (f) $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} =$
- (g) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) =$
- (h) $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} =$
- (i) $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c}) =$
- (j) $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} \cdot \vec{d} =$
- (k) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{d} =$
- (l) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{d} =$
- (m) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \lambda \cdot \vec{d} =$
- (n) $\vec{a} - (\vec{b} \times \vec{c}) + \lambda \cdot \vec{d} =$

3. Gegeben sind die folgenden Strecken \overline{AB} , \overline{DC} und \overline{EF} :



Konstruiere

- (a) $\overline{AB} + \overline{CD} - \overline{EF}$
- (b) $2 \cdot \overline{BA} - 0.5 \cdot \overline{DC} + \overline{EF}$
- (c) $\overline{CD} \cdot \overline{AB}$

4. Beweise: $\vec{a} \times \vec{b} \perp \vec{a}$

5. Gegeben sind die folgenden Grössen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Löse die folgenden Gleichungen:

(a) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{x} = \vec{0}$

(b) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{x} = \vec{0}$

(c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{x} = \vec{0}$

(d) $\vec{a} - x \cdot \vec{b} = \vec{0}$

(e) $\vec{a} \cdot \vec{x} + \vec{b} = \vec{0}$

(f) $x \cdot \vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$

(g) $x \cdot \vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

6. Wir betrachten die folgenden Punkte:

$$A = (2/1/ -3), \quad B = (-3/0/1), \quad C = (7/ -1/ -1)$$

(a) Bestimme \vec{AB} ,

(b) Bestimme den Mittelpunkt der Strecke \overline{BC} ,

(c) Bestimme alle Innenwinkel des Dreiecks $\triangle ABC$,

(d) Bestimme den Umfang des Dreiecks $\triangle ABC$,

(e) Bestimme auf zwei verschiedene Arten den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle ABC$,

(f*) Bestimme den Umkreismittelpunkt M des Dreiecks $\triangle ABC$,

(g*) Bestimme die Koordinaten eines Punktes P , der in einer Entfernung von 13 über dem Umkreismittelpunkt M des Dreiecks $\triangle ABC$ liegt.

7. Wir betrachten einen *geraden Kreiskegel*, dessen Grundfläche durch die Punkte $A = (5/ -1/ -2)$, $B = (1/ -3/2)$ und $C = (5/0/1)$ definiert ist und dessen Spitze in $S = (13/ -14/4)$ liegt.

Berechne die Oberfläche und das Volumen des Kreiskegels.

Zeige weiter, dass S senkrecht über der Mitte der Grundfläche liegt.

8. Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ z \end{pmatrix}$ spannen ein Quadrat auf.
Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Quadrats.

9. Formuliere & beweise die folgenden Sätze:

- *der Höhensatz,*
- *der Kathetensatz,*
- *der Satz des Pythagoras.*

Weitere Aufgaben mit ausführlichen Lösungen sind zu finden auf

<http://sos-mathe.ch>