ICT

Einführung in GeoGebra
Geometrie
Ähnlichkeit

Ronald Balestra
CH - 8046 Zürich
www.ronaldbalestra.ch

Name:

Vorname:

10. November 2020

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Zielsetzung **2**

2 freeware *GeoGebra* **3**
2.1 Der Download 3
2.2 Startseite 5

3 Das Kennenlernen einiger Möglichkeiten **6**
3.1 Geraden, Strecken, . . . , Vektoren 7
3.1.1 Aufgaben 9
3.2 Senkrechte, Parallele, . . . , Tangenten 10
3.2.1 Aufgaben 11
3.3 Abbildungen 13
3.3.1 Aufgaben 14

4 zu den mathematischen Lernzielen . . . **17**

1 Einleitung und Zielsetzung

Die Lernziele sind

Die selbständige Vertiefung in die freeware GeoGebra
im Bereich der Geometrie
und
dessen Einsatz im Zusammenhang mit Anwendungen der Ähnlichkeit

GeoGebra ist eine kostenlose dynamische Mathematiksoftware, die für SchülerInnen aller Altersklassen geeignet ist und auf allen Betriebssystemen läuft. *GeoGebra* verbindet Geomterie, Algebra, Tabellen, Zeichnungen, Statistik und Analysis in einem einfach zu bedienenden Softwarepaket, das bereits mehrere Bildungssoftwarepreise in Europa und den USA gewonnen hat.

Zu finden ist *GeoGebra* unter www.geogebra.org wo es für den freien Download zur Verfügung gestellt wird und auch eine Vielzahl von guten Unterlagen zur Einführung und Anwendung von *GeoGebra* angeboten werden.

Aus den vielen Anwendungsbereichen von *GeoGebra* werden wir uns mit diesem Skript nur mit einen kleinen Einblick in die Möglichkeiten im Bereich der **Geometrie** verschaffen.
Wir wollen uns damit aber auch eine Vertrautheit im Umgang mit einem Hilfsmittel erarbeiten, welches uns in Zukunft, insbsondere im Bereich der *Analysis* immer wieder viel Arbeit abnehmen und gute Dienste leisten wird.

Wie immer beim Kennenlernen einer neuen Software ist es wichtig das Programm

selber auszu*probieren*
und
selber zu *testen*

Wir werden uns bei der Einführung und Besprechung der Grundlagen deshalb auf sehr viele Beispiele und viel selbständiges Arbeiten stützen.

Das Erreichen der Lernziele im mathematischen Bereich findet dann in der Bearbeitung von Beispielen & Aufgaben im Skript

Ähnlichkeit
GEOMETRIE Kapitel 1

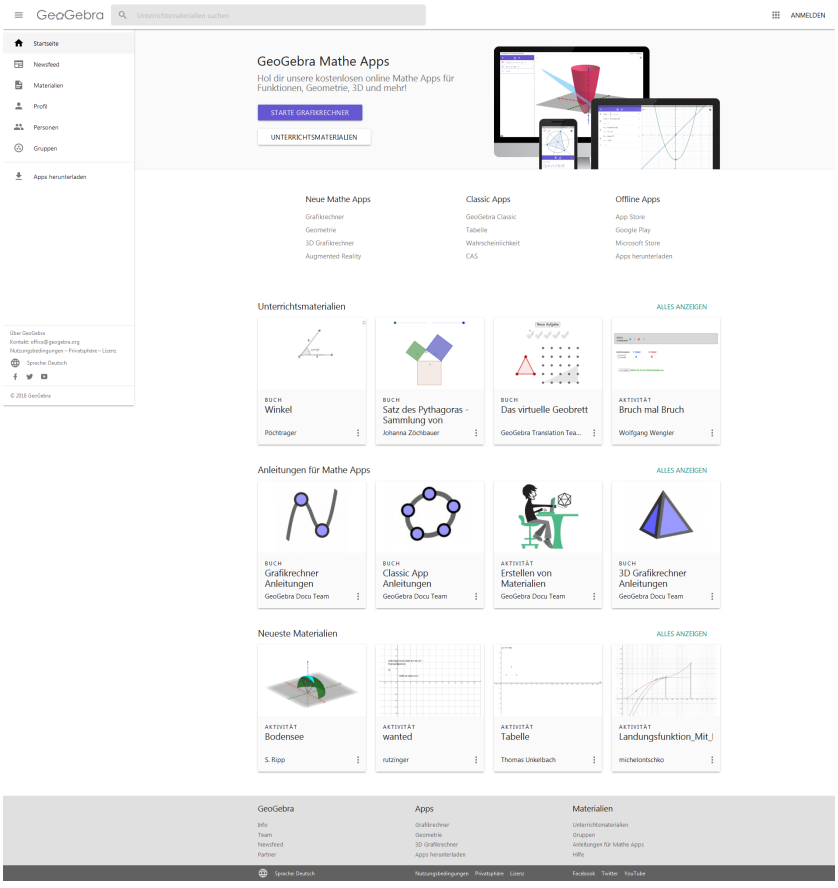
statt.

2 freeware *GeoGebra*

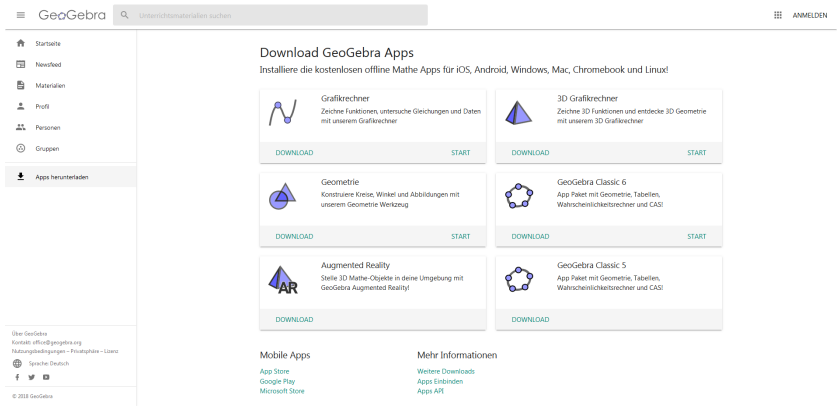
2.1 Der Download

Das Programm wird uns auf

www.geogebra.org



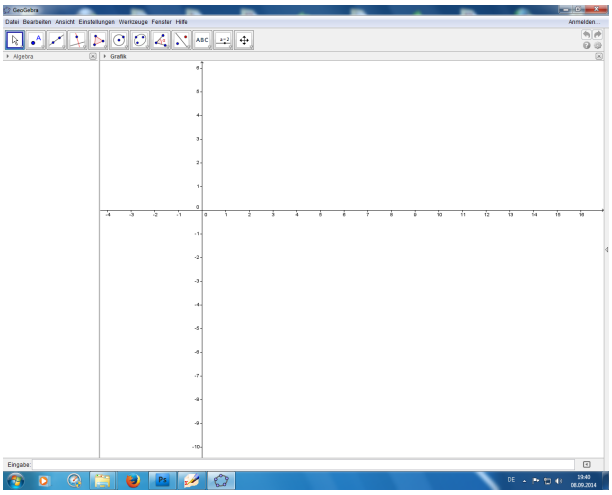
für den Download zur Verfügung gestellt:



Wir verwenden *GeoGebra Classic 5*

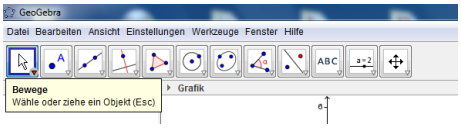
2.2 Startseite

Nach dem download und der Installierung von *GeoGebra* ist die Startseite ...

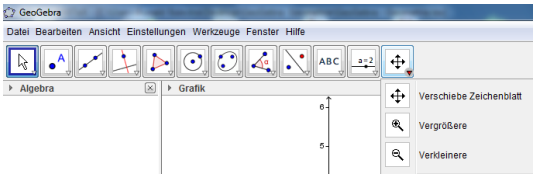


Wie schon erwähnt werden wir uns in dieser Einführung nur mit einigen, für die Geometrie nützlichen Elemente dieses Programms befassen.
Zwei wichtige tools sind,

Das Setzen des cursors und das Markieren und Verschieben von Objekten



Das Verschieben, Vergrössern, ... des Zeichenblatts.



Beachte, die weiteren Möglichkeiten unter diesem Icon, welche wir im Moment noch nicht brauchen habe ich weggeschnitten.
Vergrössern und Verkleinern lässt sich das Bild auch mit dem scrolen auf der Maus. (teste selber)

3 Das Kennenlernen einiger Möglichkeiten

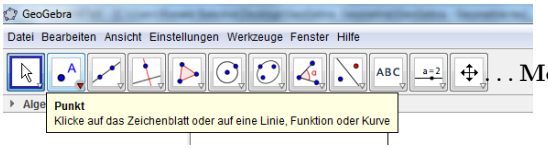
Ich möchte hier nochmals auf zwei Bemerkungen hinweisen:

- wir werden nur eine kleine Auswahl aus den Möglichkeiten die *GeoGebra* bietet kennenlernen,

  und ganz wichtig:

- das Kennenlernen erfolgt durch Ausprobieren.

Ich werde euch im Folgenden die tools vorstellen, welche ihr ausprobieren sollt. Im Skript ist zu jedem Bild des tools noch genügend Platz, um eure Erfahrungen im Umgang mit damit aufzuschreiben. Dazwischen kommen Aufgaben, in welchen ihr das Ausprobierte anwenden sollt.



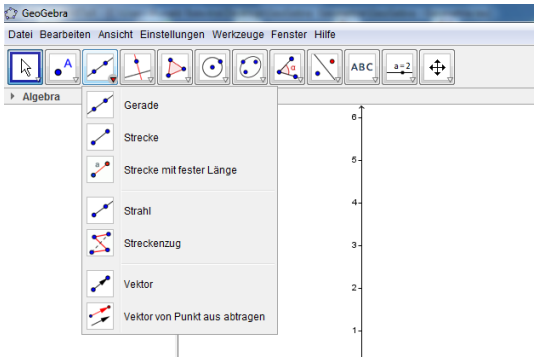
. . . **Meine** Bemerkungen: . . .

Mit einem *neuen Fenster* kann ein neues *GeoGebra*-Dokument geöffnet werden, um die nächsten tools auszuprobieren.
Das alte Dokument kannst Du schliessen ohne zu speichern.

3.1 Geraden, Strecken, . . . , Vektoren

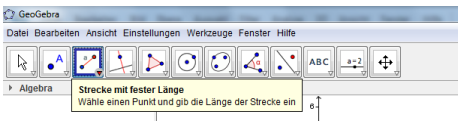
Wir beginnen mir der Darstellung von Grundelementen aus der Geometrie: Dazu zuerst einen screenshot von dem, was unter dem entsprechenden icon zu finden ist (was wir im Moment nicht brauchen, habe ich aus dem screenshot entfernt.) Anschliessend wird jedes tool einzeln aufgeführt und es ist dann an euch, das Werzeug auszuprobieren und eure Bemerkungen und Erfahrungen aufzuschreiben.

Unter dem nächsten Icon sind die nebenstehenden tools, welche ihr alle ausprobieren sollt:

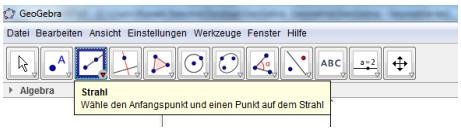


. . .

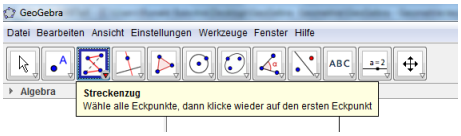
. . .



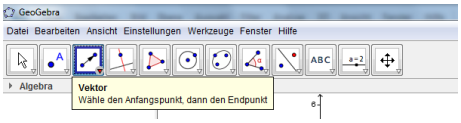
. . .



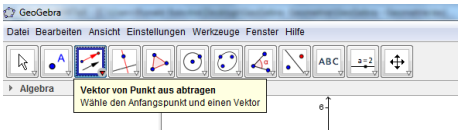
...



...

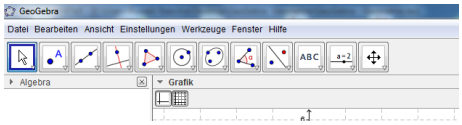


...



...

Hilfreich für unsere Aufgaben ist auch ein Raster im Koordinatensystem, welches *auf die Schnelle* wie nebenstehend abgebildet eingeführt werden kann.



Etwas ausführlicher lässt sich das Koordinatensystem unter

Einstellungen - Erweitert - Eigenschaften - Grafik

gestalten.

3.1.1 Aufgaben

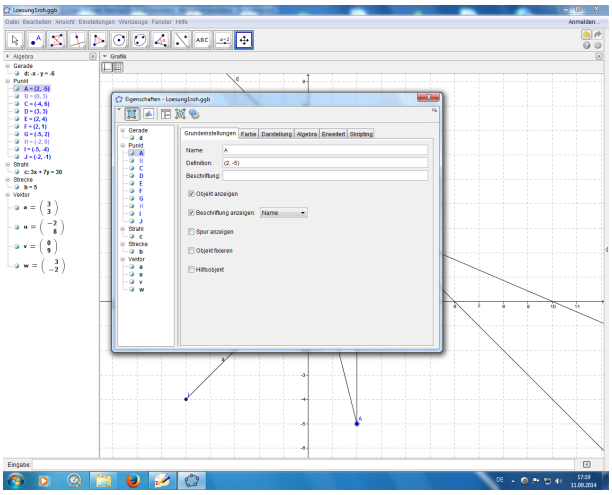
Aufgabe 1 *Öffne ein neues Fenster und stelle die folgenden Objekte dar:*

- *die Punkte* $A = (2/-5), B = (0/3), C = (-4/6), D = (3/3),$ $E = (2/4), P = (2/1)$
- *die Vektoren* $\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
- *die Strecke von* B *nach* C*,*
- *den Strahl von* C *nach* D *und*
- *die Gerade zwischen* D *und* E*.*

Die Darstellung lässt sich natürlich noch wesentlich verbessern. Unter

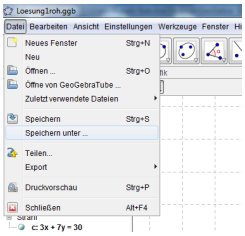
Bearbeiten - Eigenschaften

kommt ihr in ein Menufenster, in welchem ihr das zu bearbeitende Obkjekt anklicken und anschliessend in den Grundeinstellungen, Farbe & Darstellung *euren Vorstellungen anpassen könnt:*



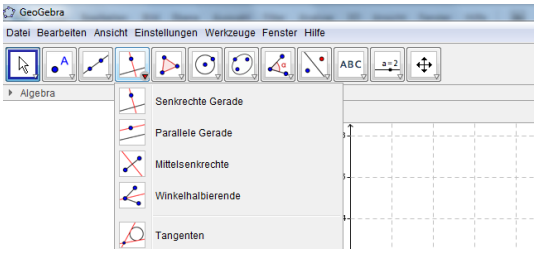
Testet die Einstellungen durch ...

und speichert eure überarbeitete Lösung unter dem Namen Loesung1*.*
(das .ggb *ist die Bezeichung für eine* GeoGebra*-Datei)*

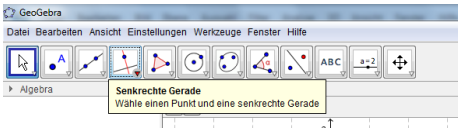


3.2 Senkrechte, Parallele, . . . , Tangenten

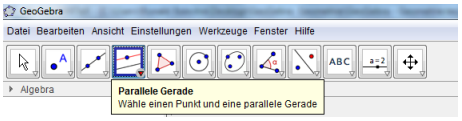
Unter dem nächsten Icon sind u.a. die nebenstehenden tools, welche ihr ebenfalls alle ausprobieren sollt:



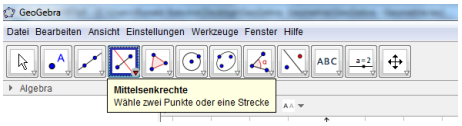
Beachte, auch unter diesem Icon hat es weitere Möglichkeiten, welche wir im Moment aber noch nicht brauchen.



. . .

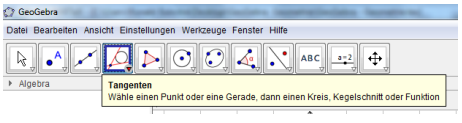


. . .



. . .

. . .



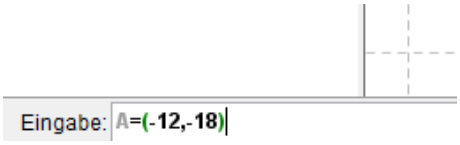
. . .

3.2.1 Aufgaben

Aufgabe 2 *Öffne ein neues Fenster.*

Wir haben bisher die Punkte mit Hilfe des cursors eingegeben.

GeoGebra *bietet auch die Möglichkeit die Punkte über ihre Koordinaten einzugeben:*
Dazu verwenden wir die Eingabezeile *(ganz unten)*
(Beachte die Schreibweise: A=(-12,-18)



Gib nun die folgenden Punkte ein:

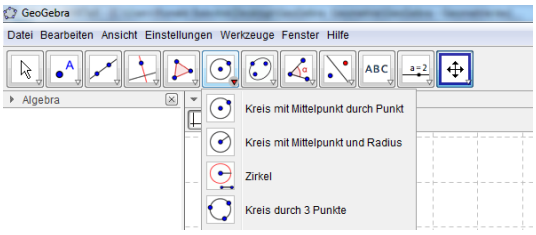
$$A = (-12/-18), B = (-1/20), C = (8/-1), P = (10/10)$$

Konstruiere ...

- *das Dreieck ΔABC,*
- *eine Parallele zur Seite c durch die Ecke C,*
- *den Inkreismittelpunkt M_I des Dreiecks ΔABC,*
- *den Umkreismittelpunkt M_U des Dreiecks ΔABC.*

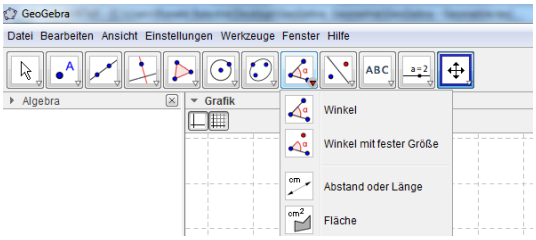
- *Überprüft, ob ihr die richtigen Mittelpunkte konstruiert hast, in dem ihr den zugehörigen In- bzw Umkreis konstruiert.*

Natürlich mit GeoGebra
Verwende dazu die Möglichkeiten, die unter dem nebenstehenden icon zu finden sind.



- *Konstruiere die Tangenten von P an den Umkreis.*
- *Bestimme die Innenwinkel im Dreieck ΔABC.*

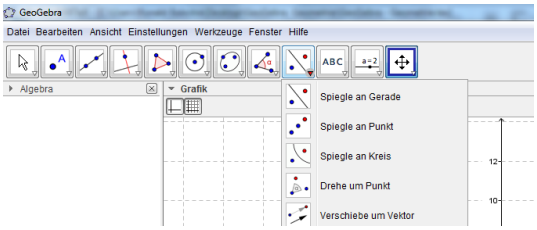
Natürlich wieder mit GeoGebra *Verwende dazu die Möglichkeiten, die unter dem nebenstehenden icon zu finden sind.*



- *Bestimme jetzt noch die Seitenlängen und den Flächeninhalt des Dreiecks ΔABC.*

3.3 Abbildungen

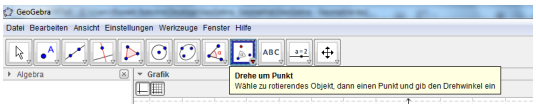
Unter dem nächsten Icon sind nun die tools, welche wir für die **Kongruenzabbildungen** verwenden können.
Wie immer: Ausprobieren.



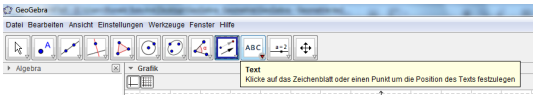
Teste die folgenden tools jeweils an einem beliebigen Dreieck aus:

...

...



...



...

3.3.1 Aufgaben

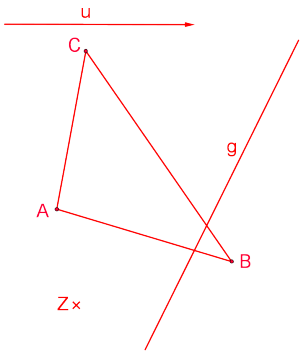
Für die folgenden Aufgaben wollen wir die *Notationen* für die Kongruenzabbildungen repetieren, in welchen auch die Grössen, von welchen die jeweilige Abbildung abhängig ist, klar hervorgehen:

- die *Achsenspiegelung* ist abhängig von der Spiegelungsgerade g,
  was auf folgende Notation führt: S_g,
- die *Punktspiegelung* ist abhängig vom Spiegelungspunkt P,
  was auf folgende Notation führt: S_P,
- die *Translation* ist abhängig vom Verschiebungsvektor $\vec{v}$,
  was auf folgende Notation führt: $T_{\vec{v}}$,
- die *Rotation* ist abhängig vom vom Drehzentrum Z & -winkel φ,
  was auf folgende Notation führt: $D_{(Z,\varphi)}$
  (Beachte hierbei auch die Orientierung im Drehwinkel.)

Die Urbilder für die folgenden Aufgaben musst du nicht selber konstruieren. Sie stehen dir für den download auf meiner homepage zur Verfügung:

Aufgabe 3 *1. Konstruiere*

- $S_g(\Delta ABC)$
- $T_{\vec{u}}(\Delta ABC)$
- $D_{(Z,-120^0)}(\Delta ABC)$
- $S_B(\Delta ABC)$



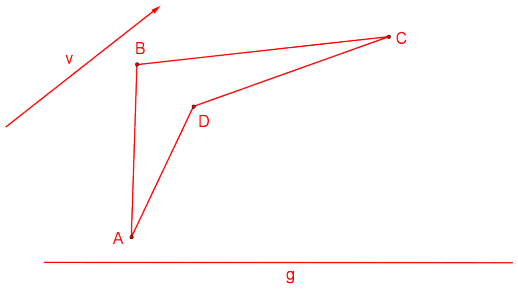
beachte die nächste Seite ...

(a) *von* Hand, *also noch ohne Verwendung der Kongruenzabbildungstools, welche das ganz Urbild spiegeln, drehen, ...*
Verwende für jede Konstruktion ein neues Fenster.

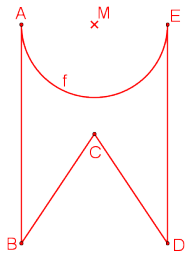
(b) *mit den Kongruenzabbildungstools.*
Löse die Aufgabe in einen ggb-*file.*

(c) *Mit deiner Lösung (b) wollen wir die* Kontrollkästchen *besprechen.*

2. *Konstruiere* $S_g \circ T_{\vec{v}} \circ D_{(B,100^0)} \circ S_B(ABCD)$



3. *Konstruiere* $D_{(M,90^0)} \circ T_{\vec{v}}(ABCDE)$
wobei $\vec{v}$ *der Vektor ist, der* M *auf* B *abbildet*



Für die **zentrischen Streckungen**, deren sinnvolle Notation und dessen Anwendung mit *GeoGebra* bist du selber verantwortlich.

Meine Bemerkungen ...

Aufgaben : Verifiziere an Beispielen und mit Hilfe der Möglichkeiten, welche dir *GeoGebra* bietet die folgenden Eigenschaften von zentrischen Streckungen:

- Unter zentrischen Streckungen bleiben die Winkel erhalten.
- Unter einer zentrischen Streckung mit Streckungsfaktor k ändert sich der Flächeninhalt um den Faktor k^2.

Aufgaben : Als abschliessende Aufgabe um den ersten Einsatz von *GeoGebra* in der Geometrie kennenzulernen,

konstruiere die *Eulergerade* und den *Feuerbachkreis*.

und verifiziere zwei der *weiteren Eigenschaften*.
Die theoretischen Grundlagen findest du unter

Die Euler-Gerade und der Feuerbach-Kreis

4 zu den mathematischen Lernzielen ...

Aufgaben :

- Führe die geometrischen Anwendungen aus dem Kapitel

  Ähnlichkeiten im & am Kreis

  mit Hilfe von *GeoGebra* durch und verifiziere den Flächenerhalt mit den Möglichkeiten von *GeoGebra*

- Löse die Aufgaben 2. - 7. aus der Serie

  Geometrie-Aufgaben: *Ähnlichkeit & Strahlensatze 3*