Analysis-Aufgaben: *Funktionen (Grundlagen) 7*

Anwendungen GeoGebra

1. Wir beginnen diese Aufgabenserie mit einer kurzen Wiederholung der Definitionen & Begriffe im Zusammenhang mit Funktionen:

   (a) Definiere den Begriff der *Funktion*

   (b) Wir betrachten das folgende Beispiel einer Funktion: $f(x) = x^2 + 3x$.

      i. Was ist der *Name* der Funktion?
      ii. Was ist das *Argument* der Funktion?
      iii. Wo ist die *Vorschrift* der Funktion?
      iv. Berechne den *Funktionswert* an der Stelle $x = 2$.
      v. Was bedeutet $f(-1)$?

   (c) Wir betrachten ein weiteres Beispiel einer Funktion: $h(t) = (t + 2)^2$.

      i. Was ist der *Name* der Funktion?
      ii. Was ist das *Argument* der Funktion?
      iii. Wo ist die *Vorschrift* der Funktion?
      iv. Berechne den *Funktionswert* an der Stelle $t = 2$.
      v. Berechne den *Funktionswert* an der Stelle $t = -2$.
      vi. Berechne den *Funktionswert* an der Stelle $t = a$.
      vii. Berechne den *Funktionswert* an der Stelle $t = -a^2$.
      viii. Was bedeutet $h(0)$?
      ix. Was bedeutet $h(1)$?
      x. Was bedeutet $h(q)$?

   Korrigiere deine Lösungen selber, mit Hilfe des Skriptes oder den MitschülerInnen.

2. Wir verwenden die Funktion aus der *Wirtschaftsaufgabe*:

$$f(t) = 1'000 \cdot 1.05^t$$

   Erkläre zuerst die Bedeutungen von

   1'000 1.05 t

   Stelle nun die Funktion für eine Zeitspanne von ungefähr 25 Jahre graphisch in violett dar und bestimme

   (a) das Kapital nach 10 Jahren,
   (b) das Kapital nach 20 Jahren,
   (c) das Kapital nach 5.5 Jahren,
   (d) nach wie vielen Jahren das Kapital Fr. 1'500.- beträgt,
   (e) nach wie vielen Jahren das Kapital sich verdreifacht hat,
   (f) um welchen Betrag das Kapital nach 25 Jahren mehr anwächst, bei einem Zinsatz von 6%,
   (g) um welchen Betrag das Kapital nach 25 Jahren weniger anwächst, bei einem Zinsatz von 4%.

3. Wir verwenden die Funktion aus der *Biologieaufgabe*:

$$f(t) = 5 \cdot 2^{\frac{t}{4}}$$

   Erkläre zuerste die Bedeutungen von

   5 $2^{\frac{t}{4}}$ t

   Stelle nun die Funktion für eine Zeitspanne von ungefähr 10 Stunden graphisch in blau dar (wie in der Theorie wollen wir mit unseren Betrachtungen um 8:00 beginnen) und bestimme

   (a) um welche Uhrzeit 20% des Teiches mit Algen bedeckt sind,
   (b) um welche Uhrzeit die Hälfte des Teiches mit Algen bedeckt ist,
   (c) um welche Uhrzeit der ganze Teich mit Algen beeckt ist,
   (d) wieviel vom Teich um 10Uhr mit Algen bedeckt ist,
   (e) wieviel vom Teich um 12:30 mit Algen bedeckt ist,
   (f) wieviel vom Teich um 12:30 noch algenfrei ist,
   (g) wieviel vom Teich um 18Uhr noch algenfrei ist.

   (h) Löse die gleichen Aufgaben unter der Voraussetzung, dass um 12:00 2.5 % des Teiches mit Algen bedeckt sind und die Algenfläche sich jede halbe Stunde verdreifacht.

4. Wir verwenden die Funktion aus der *Gesellschaftsaufgabe*:

$$7.825 \cdot 1.01^t$$

Erkläre zuerste die Bedeutungen von

$$7.825 \qquad\qquad 1.01^t \qquad\qquad t$$

und wo steht das Jahr 2010 in der Formel ?

Stelle nun die Funktion, unter Annahme einer jährlichen Wachstumsangabe, graphisch für eine ungefähre Zeitspanne von 25 Jahren in grün dar und bestimme

(a) in welchem Jahr die Bevölkerung auf 8 Mio Einwohner angewachsen ist,

(b) in welchem Jahr die Bevölkerung auf 10 Mio Einwohner angewachsen ist,

(c) die Bevölkerungszahl im Jahr 2020,

(d) die Bevölkerungszahl im Jahr 2025.

Beachte, dass wir ohne weitere Angaben immer vom 1. Januar eines Jahres ausgehen.

5. Wenn wir einen Körper frei fallen lassen ohne Berücksichtigung von Wind und Wetter sprechen wir in der Physik von einem sogenannten *Freien Fall.* Der Körper, z.B. ein Ferrari, wird nach dem wir ihn losgelassen haben immer schneller fallen. Die Geschwindigkeit berechnet sich in Abhängigkeit von der Zeit

- auf der Erde nach der Formel $v(t) = 9.81 \cdot t$,
- auf dem Mond nach der Formel $v(t) = 1.62 \cdot t$,
- auf dem Saturn nach der Formel $v(t) = 11.1 \cdot t$,
- auf dem Mars nach der Formel $v(t) = 3.75 \cdot t$.

Stelle alle Graphen aller Funktionen in verschiedenen Farben in einem Koordinatensystem dar und bestimme wie lange es dauert,

(a) bis der Ferrari eine Geschwindigkeit von 10,

(b) bis der Ferrari eine Geschwindigkeit von 20,

(c) bis der Ferrari eine Geschwindigkeit von 50,

auf den verschiedenen Himmelskörpern erreicht.

Beachte die folgenden Einheiten:
für die Zeit t: $[s]$, für die Geschwindigkeit v: $[m/s]$

6. Der *Body-Mass-Index BMI* wird wie folgt berechnet:

$$BMI = \frac{\text{Gewicht in kg}}{(\text{Korpergrösse in m})^2}$$

Eine Person mit einem BMI zwischen 19 und 25 gilt als normalgewichtig.

(a) Berechne Deinen BMI.

(b) Wenn jemand eine Körpergrösse von 1.5m hat, so berechnet sich der BMI in Abhängigkeit vom Gewicht mit folgender Funktion:

$$a(g) = \frac{g}{1.5^2}$$

i. Berechne den BMI für ein Gewicht von 60kg.

ii. Wie schwer darf die Person für einen BMI von 22 sein?

iii. Wie schwer darf die Person sein (von ... bis in kg), damit sie immer noch als normalgewichtig gilt?

(c) Wenn jemand ein Körpergewicht von 100kg hat, so berechnet sich der BMI in Abhängigkeit von der Grösse mit folgender Funktion:

$$b(g) = \frac{100}{g^2}$$

i. Berechne den BMI für eine Grösse von 1.75m.

ii. Wie gross muss eine Person für einen BMI von 20 sein?

iii. Wie gross muss eine Person sein (von ... bis in m), damit sie immer noch als normalgewichtig gilt?

(d) Wie gross musst Du mindestens sein, um mit Deinem Gewicht noch normalgewichtig zu sein?

(e) Wie schwer darfst Du sein, um mit Deiner Grösse noch normalgewichtig zu sein?

7. Zum Abschluss wieder eine rein-mathematische Aufgabe:

   Wir betrachten die folgenden Funktionen:

$$f(x) = x^2 + x - 2 \quad \text{und} \quad g(x) = 0.5x + 1$$

   (a) Berechne
      i. $f(0) =$
      ii. $g(-3) =$
      iii. $f(-3) =$
      iv. $g(2) =$
   (b) Stelle beide Funktionen in einem KS in verschiedenen Farben graphisch dar.
   (c) Bestimme das Argument, so dass gilt:
      i. $f(x) = 0$,
      ii. $g(x) = 2$,
      iii. $f(x) = -1$,
      iv. $g(x) = 0$.
   (d) Bestimme die Argumente, wo beide Funktionen den gleichen Funktionswert haben.
   (e) Bestimme das Minimum und das Maximum von f.
   (f) Bestimme die Stelle an welchen g das Minimum annimmt, über $\mathcal{D}(g) = [-6, 10]$
   (g) Erkläre graphisch an einem eigenen Beispiel die Begriffe *lokales* Minimum und *globales* Maximum.