Kantonsschule Oerlikon
Birchstr. 107
8050 Zürich

MATURA 2012 (6. Juni '12)

NAME : . . . . **VORNAME : . . . .**

Klassen: *6bw*

Fach: *Mathematik*

Fachlehrer: *R. Balestra*

Erlaubte Hilfsmittel: · Taschenrechner TI 83 / 84
· persönliche Formelsammlung (gemäss Absprache)
· Formelsammlung in Mathematik (von A. Wetzler)

Beachte den folgenden Auszug aus dem Maturitätsprüfungsreglement:

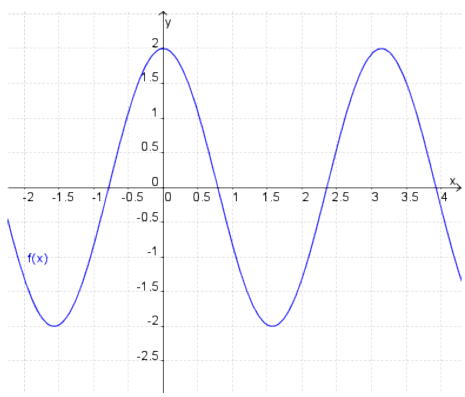
§11: Die Schülerinnen und Schüler haben die Prüfungsarbeiten selbständig auszuführen. Bei schriftlichen Prüfungen werden sie von einer Lehrperson beaufsichtigt. Die erlaubten Hilfsmittel werden von den prüfenden Lehrpersonen im Einvernehmen mit der Schulleitung festgelegt. Die Expertinnen und Experten werden darüber sowie über notwendige Erklärungen, die vor Beginn der Arbeit gegeben wurden, informiert.

§12: Die Benützung unerlaubter Hilfsmittel sowie jede andere Unredlichkeit kann den Ausschluss von der Prüfung, die Verweigerung oder die Ungültigkeitserklärung des Maturitätszeugnisses zur Folge haben. Über den Ausschluss entscheidet die Schulleitung, über die Verweigerug oder Ungültigkeitserklärung des Maturitätszeugnisses die Schulkommission. Die Maturitätsprüfung gilt in diesen Fällen als nicht bestanden. [...]

- **Für die Lösung jeder Aufgabe ist eine neue Seite zu verwenden.**
- **Auf eine saubere und klare Darstellung mit nachvollziehbarer Herleitung wird geachtet.**
- **Die Schlussresultate sind doppelt zu unterstreichen und auf drei (wesentliche) Stellen zu runden.**

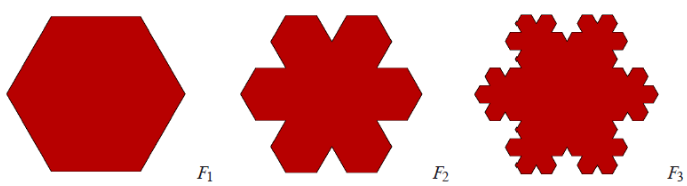
NAME : .... **VORNAME : ....**

1. (10) Wir betrachten die folgende trigonometrische Funktion $f(x)$:



Entwickle $f(x)$ in eine MacLaurin'sche Reihe 4. Grades und berechne, entlang welchem Graphen der Weg von Nullstelle zu Nullstelle über dem Intervall [-1,1] kürzer ist.

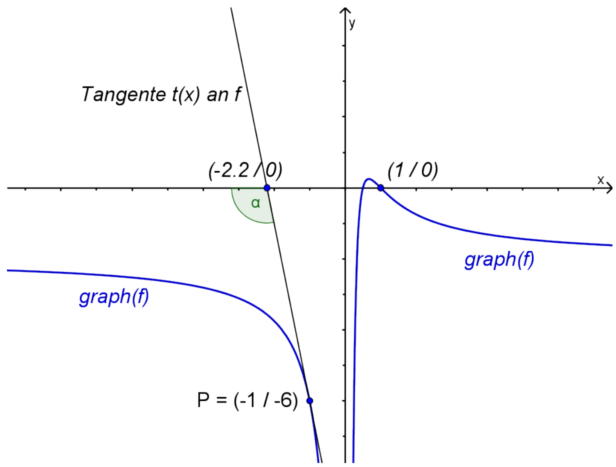
2. (7) Wir betrachten die folgenden drei Figuren:



Die Ausgangsfigur F_1 ist ein reguläres Sechseck (d.h. gleich lange Seiten und gleich grosse Innenwinkel) mit einer Seitenlänge von 1. Die weiteren Figuren enstehen, indem die Seiten jeweils gedrittelt werden und über dem mittleren Drittel ein gleichseitiges Dreieck ausgeschnitten wird.

Wie viele Iterationen (Schritte) müssen durchgeführt werden, bis sich der Umfang der Figur F_n im Vergleich zur Ausgangsfigur F_1 mindestens verzehnfacht?

3. (20) Die Funktionsgleichung für den folgenden Graphen



ist von der Form: $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x^2}$

(a) Bestimme die Funktionsgleichung für die Tangente $t(x)$, welche f im Punkt P berührt.

(b) Berechne α.

(c) Bestimme die Funktionsgleichung von f und diskutiere sie vollständig.
(Wenn sie die Funktionsgleichung nicht bestimmen können, verwenden sie $f(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x^2}$.)

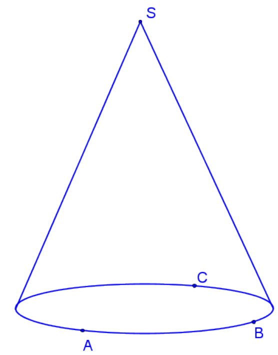
(d) Berechne das Volumen und die Oberfläche des Körpers, welcher durch die Rotation der durch den Graphen von f und der x-Achse über [0.5,2] begrenzten Fläche entsteht.

4. (10) Zwei kurze, unabhängige Aufgaben:

(a) Beweise, dass die Gauss'sche Normalverteilung ein mögliches Maximum an der Stelle ihres Erwartungswertes μ hat.
Was müsste weiter gezeigt werden, wenn aus der *möglichen* Extremalstelle eine *sichere* Stelle für ein Maximum werden soll?

(b) Berechne $\displaystyle\int \sin x \cdot e^x \, dx$

5. (21) Für die folgende Aufgabe betrachten wir einen *geraden Kreiskegel*:
Ein *Kreiskegel* ist ein pyramidenförmiger Körper mit einem Kreis als Grundfläche.
Er heisst *gerade*, wenn die Spitze senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche ist.
Für die Volumenberechnung eines beliebigen Kreiskegels gilt: $V = \frac{G \cdot h}{3}$



Die Grundfläche G unseres Kegels wird durch die Punkte $A = (5/-1/-2)$, $B = (1/-3/2)$ und $C = (5/0/1)$ definiert und der Mittelpunkt M von G soll in der xy-Ebene liegen.
Die Spitze S des Kegels liegt in $S = (13/-14/4)$.

(a) Bestimme den Mittelpunkt M der Grundfläche und beweise, dass der Kegel wirklich gerade ist.

(b) Berechne das Volumen und die Oberfläche des Kreiskegels.

(c) Bestimme eine Darstellung für die parallel zur Grundfläche und durch die Spitze S gehende Ebene E und bestimme weiter

  i. den Umfang des Schrägbildes von E;

  ii. die Summe der Innenwinkel des Schrägbildes von E.

6. (5) In einer Lostrommel befinden sich 100 Lose mit zwei Hauptgewinnen, fünf Kleingewinnen und 15 Trostpreise. Der Rest sind Nieten. Es werden Lose gekauft, die nicht zurückgegeben werden können.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass ...

   (a) beim Kauf von einem Los ein Hauptgewinn gezogen wird.
   (b) beim Kauf von zwei Losen mit dem 2.ten Los ein Hauptgewinn gezogen wird.
   (c) beim Kauf von zwei Losen beide Hauptgewinne gezogen werden.
   (d) nachdem fünf Nieten gezogen wurden, das 6.te Los ein Trostpreis ist.
   (e) beim Kauf von fünf Losen das folgende Ereignis gezogen wird:

   Niete - Niete - Trostpreis - Kleingewinn - Niete

7. (4) Eine nicht-saisongerechte Lieferung von 500 Osterhasen stammt aus einer Produktion mit 2% Ausschuss. Bei der Anlieferung werden für eine Stichprobe 40 Hasen kontrolliert.
Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mit der Stichprobe

   (a) genau ein nicht-verkaufbarer,
   (b) höchstens zwei nicht-verkaufbare,
   (c) nur verkaufbare

   Osterhasen gezogen werden ?

8. (6) Wir gehen von der Situation aus, dass 40% der Patienten, die Beruhigungsmittel nehmen, auf Placebos ansprechen.

   (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter vier Personen mindestens eine, die auf Placebos anspricht?
   (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich unter zehn Personen genau vier, die auf Placebos ansprechen?
   (c) Wie viele Personen müssen mindestens untersucht werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99.9% wenigstens eine zu finden, die auf Placebos anspricht?
   (d) Schwester Kunigunde hat in einer Schachtel 20 Tabletten, wovon 14 Beruhigungstabletten und sechs Placebos sind, die sich äusserlich nicht unterscheiden.
   Kunigunde gibt auf gut Glück acht Tabletten aus.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie von jeder Sorte gleich viele ausgegeben?