

Stochastik-Aufgaben: Wahrscheinlichkeit 7

1. Wir definieren den *Binomialkoeffizienten* :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}; \quad 0 \leq k \leq n.$$

(a) Berechne $\binom{4}{0}$, $\binom{4}{1}$, $\binom{4}{2}$, $\binom{4}{3}$, $\binom{4}{4}$

- i. Vergleiche Deine Resultate mit den Koeffizienten von $(a+b)^4$.
- ii. Formuliere einen Zusammenhang zwischen den Binomialkoeffizienten und den binomischen Formeln.
(verwende das Pascalsche Dreieck)

(b) Wir setzen

$$\binom{0}{0} = 1, \quad \binom{n}{0} = 1, \quad \binom{n}{k} = 0 \quad \text{für } k > n$$

Beweise die folgenden Eigenschaften:

- i. $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- ii. $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

2. Bei einem Preisausschreiben sind 50 richtige Lösungen eingegangen, es stehen jedoch nur vier gleichwertige Gewinne zur Verfügung.
Wie viele Möglichkeiten der Gewinnverteilung gibt es?
3. Bei einer Aufnahmeprüfung müssen drei Aufgaben aus zwei Sachgebieten mit je vier bzw. fünf Aufgaben zur Auswahl bearbeitet werden, wobei aus jedem der Gebiete mindestens eine Aufgabe stammen muss.
Wie viele Möglichkeiten der Auswahl gibt es?

4. In einer Urne liegen zehn durchnummerierte Kugel, fünf rote, drei weisse und zwei gelbe. Es werden drei Kugeln gleichzeitig gezogen.
Wie viele verschiedene Zusammenstellungen sind möglich, wenn ...
- (a) keine weiteren Einschränkungen gelten,
 - (b) alle Kugeln rot sein sollen,
 - (c) alle Kugeln verschiedene Farben haben sollen,
 - (d) nur eine Kugel rot ein soll?
5. Ein 4×4 - Brett soll gefärbt werden.
Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn ...
- (a) jedes Feld nach freier Wahl schwarz oder weiss gefärbt wird,
 - (b) acht Felder weiss und acht Felder schwarz gefärbt werden,
 - (c) zwei Felder weiss, vier schwarz und zehn rot gefärbt werden,
 - (d) jedes Feld mit einer anderen von 16 verschiedenen Farben gefärbt wird?
6. Bei einer Prüfung werden einem Kandidaten zwölf Aufgaben vorgelegt, von denen er fünf bearbeiten muss.
Auf wie viele Arten ist die möglich?
7. Eine Gesellschaft von zwölf Personen muss für eine Flussüberfahrt auf drei Boote aufgeteilt werden. Das erste Boot fasst drei, das zweite vier und das dritte fünf Personen.
Auf wie viele verschiedene Arten kann diese Gesellschaft auf diese drei Boote verteilt werden, wenn die dreiköpfige Familie Meier (welche ein Teil der Gesellschaft ist) für die Ueberfahrt auf alle drei Boote verteilt wird?