Lösungen

Analysis-Aufgaben: *Funktionen* ~~2~~ 3

1. Wir betrachten die folgenden zwei Funktionen:

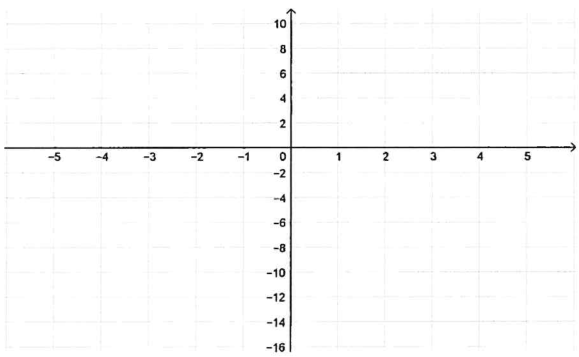
$$f(x) = (x+3)(x-1)^2 \quad \text{und} \quad g(x) = -(x+2)(x-3)$$

(a) Stelle beide Funktionen in einem Koordinatensystem graphisch dar. Achte dabei auf folgende Punkte:

i. Das die Graphen mit dem Namen und der Funktionsgleichung angeschrieben sind.

ii. Eine Funktion gepunktet und die andere Funktion gestrichelt dargestellt wird.

iii. Die Achsen so angepasst werden, dass der Definionsbereich ungefähr von -5 bis 5 geht und der Wertebereich ungefähr von -15 bis 10 geht.

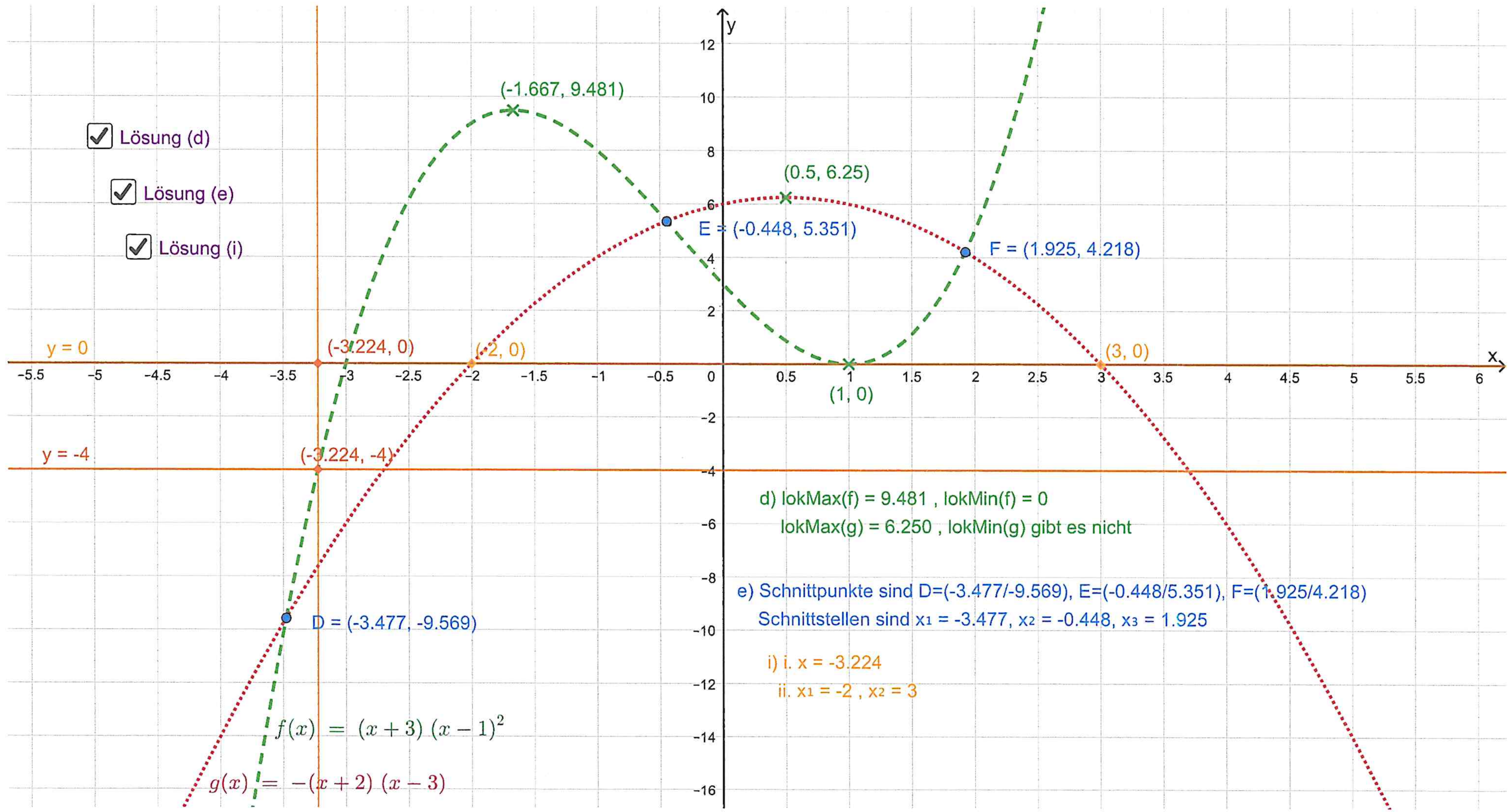


(b) Multipliziere beide Funktionsgleichungen aus.

(c) Vergleiche die Funktionsgleichungen in der gegebenen Form und in der ausmultiplizierten Darstellung mit ihren graphischen Darstellungen.
Was fällt die auf:

(d) Bestimme die (lokalen) Maximas und (lokalen) Minimas von f und g.

(e) Bestimme die Schnittpunkte von f und g und die Stellen, an welchen sich diese Schnittpunkt befinden.



Lösung (d)
Lösung (e)
Lösung (i)
(-1.667, 9.481)
(0.5, 6.25)
E = (-0.448, 5.351)
F = (1.925, 4.218)
y = 0
(-3.224, 0)
(-2, 0)
(3, 0)
(1, 0)
y = -4
(-3.224, -4)
D = (-3.477, -9.569)
d) lokMax(f) = 9.481 , lokMin(f) = 0
lokMax(g) = 6.250 , lokMin(g) gibt es nicht
e) Schnittpunkte sind D=(-3.477/-9.569), E=(-0.448/5.351), F=(1.925/4.218)
Schnittstellen sind x_1 = -3.477, x_2 = -0.448, x_3 = 1.925
i) i. x = -3.224
ii. x_1 = -2 , x_2 = 3
$f(x) = (x+3)(x-1)^2$
$g(x) = -(x+2)(x-3)$

(f) Bestimme die folgenden Funktions-Werte:

i. $f(-2) =$ 9
ii. $g(0) =$ 6
iii. $f(1) =$ 0
iv. $g(9) =$ -66
v. $f(-10) =$ -847
vi. $g(15) =$ -204

(g) Bestimme ...

i. den Wert von f für $x = 1.5$, $= f(1.5) = \underline{\underline{1.125}}$
ii. g an der Stelle $x = -2.5$, $= g(-2.5) = \underline{\underline{-2.75}}$
iii. f für das Argument $x = 3$, $= f(3) = \underline{\underline{24}}$
iv. g für $x = 4.5$, $= g(4.5) = \underline{\underline{-9.75}}$
v. f an der Stelle 22. $= f(22) = \underline{\underline{11'025}}$

(h) Beantworte folgenden Fragen:

i. der 5 wird mit f welcher Wert zugeordnet: $5 \xmapsto{f} \underline{\underline{128}} = f(5)$
ii. der -3 wird mit g welcher Wert zuegordnet: $(-3) \xmapsto{g} \underline{\underline{-6}} = g(-3)$
iii. dem a wird mit f welcher Wert zugeordnet: $a \xmapsto{f} \underline{\underline{(a+3)(a-1)^2 = a^3 + a^2 - 5a + 3}}$
$= f(a)$
iv. $2 \overset{f}{\mapsto}$? 5 $(= f(2))$
v. $7 \overset{g}{\mapsto}$? -36 $(= g(7))$
vi. $1 \overset{h}{\mapsto}$? ↯, h ist nicht definiert.

(i) Löse die folgenden Gleichungen:

Beachte den ggb-Befehl: Nullstellen(g)

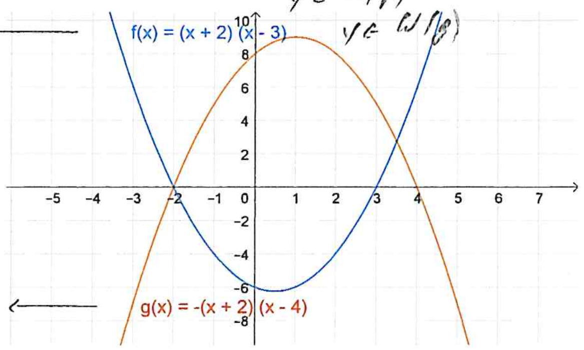
i. $f(x) = -4$, $\Rightarrow x = -3.224$
ii. $g(x) = 0$, $\Rightarrow x_1 = -2,\ x_2 = 3$
iii. $f(x) = 8$, $\Rightarrow x_3 = -2{,}236,\ x_4 = -1,\ x_5 = 2{,}236$
iv. $g(x) = 8$, ↯
v. $f(x) = g(x)$, $\Rightarrow x_6 = -3.477,\ x_7 = -0.448,\ x_8 = 1.525$
vi. $f(x+2) = 10$ $\Rightarrow x + 2 = 2.365 \Rightarrow \underline{\underline{x = 0.237}}$
vii. $g(x-2) = -4$. $\Rightarrow x_9 - 2 = 3.702,\ x_{10} - 2 = -2{,}702$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_9 = 5{,}702}},\ \underline{\underline{x_{10} = -0{,}702}}$

Meine wichtigsten Erkenntnisse aus dieser Aufgabe:

2. Wir betrachten die folgende graphische Darstellung:

$y \in W(f)$ $\quad$ $y \in W(g)$

$x^2 - 3x + 2x - 6$
$= \underline{x^2 - x - 6}$



$x \in D(f)$
$x \in D(g)$

$-(x^2 - 4x + 2x - 8)$
$= -(x^2 - 2x - 8)$
$= \underline{-x^2 + 2x + 8}$

(a) Beschrifte die Achsen.

(b) Welche~~s~~r Funktion gehört zu welchem Graphen:

i. $p_1(x) = x^2 - 2x + 8$

ii. $p_2(x) = -x^2 - 6x + 6$

iii. $p_3(x) = x^2 - x - 6$ $\quad = f(x)$

iv. $p_4(x) = -x^2 - 6x - 6$

v. $p_5(x) = -x^2 + 2x + 8$ $\quad = g(x)$

vi. $p_6(x) = x^2 + 2x - 8$

(c) Bereche ...

i. $f(0) = -6$

ii. $g(2) = 8$

iii. $f(-3) = 6$

iv. $g(5) = -7$

v. $f(-22) = 500$

vi. $g(25) = -567$

(d) Löse ...

i. $f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = -2,\ x_2 = 3$

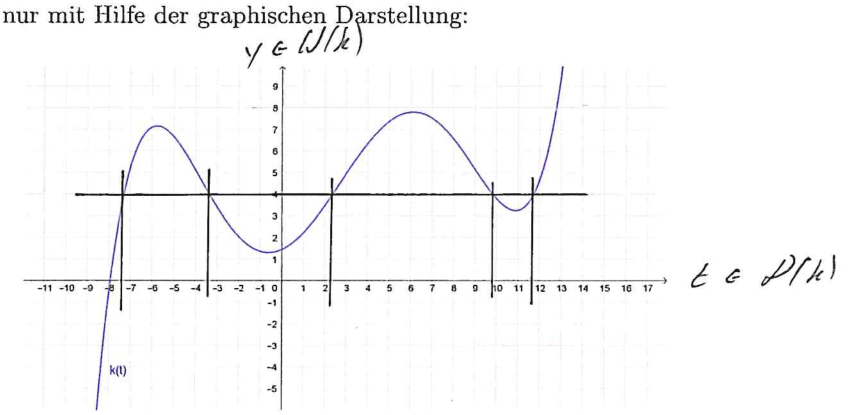
ii. $g(x) = -6 \Rightarrow x_3 = -2.873,\ x_4 = 4.873$

iii. $f(x) = 8 \Rightarrow x_5 = -3.275,\ x_6 = 4.275$

iv. $g(x) = 3 \Rightarrow x_7 = -1.449,\ x_8 = 3.449$

v. $f(x) = g(x) \Rightarrow x_9 = -2,\ x_{10} = 3.5$

3. Löse nur mit Hilfe der graphischen Darstellung:



(a) $k(0) =$ 1.4

(b) $k(-6) =$ 7.1

(c) $k(3) =$ 5

(d) $k(t) = 0$ $\Rightarrow t_1 = -8$

(e) $k(t) = 8$ $\Rightarrow t_2 = 12.8$

(f) $k(t) = 4$ $\Rightarrow t_3 = -7.5,\ t_4 = -3.4,\ t_5 = 2.2,\ t_6 = 9.8,\ t_7 = 11.7$

+1

In der letzten Aufgabe erhältst du mehrere Lösungen.
Warum ist k dennoch eine Funktion, obwohl für eine Funktion gilt:

> *Eine Funktion $k : \mathcal{D}(k) \Rightarrow \mathcal{W}(k)$ ist eine Vorschrift, die jedem Element aus dem Definitionsbereich* **genau ein** *Element im Wertebereich zurordent.*

4. Wir betrachten die folgenden Funktionen:

$$a(x) = 0.5x + 4 \quad \text{und} \quad b(x) = x - 2$$

(a) Berechne ...

i. $a(3) =$ 5.5

ii. $b(-2) =$ -4

iii. $a(12) =$ 10

iv. $b(5) =$ 3

(b) Löse ...

i. $a(x) = 0$ $\Rightarrow x = -8$

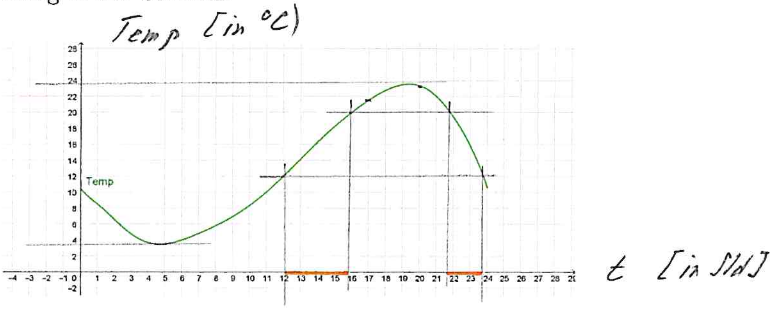
ii. $b(x) = -2$ $\Rightarrow x = 0$

iii. $a(x) = 6$ $\Rightarrow x = 4$

iv. $b(x) = 5$ $\Rightarrow x = 7$

5. Noch zwei praktische Anwendungen ...

Wir beginnen für den Einstieg mit einem fiktiven Temperaturverlauf an einem Herbstag in der Schweiz:



(a) Beschrifte sinnvoll die Achsen.

(b) Die Temperaturkurve als den Graphen einer Funktion betrachtet hat was für einen Definitionsbereich und was für einen Wertebereich? $D(Temp) = [0, 24]$ $W(Temp) = [3.8°, 23.8°]$

(c) Mit Hilfe des Graphen kannst du folgende Fragen beantworten:

mit Schulbeginn: 8^{00}

mit Schulende: 16^{00}

i. Bestimme die Temperatur am Schulbeginn: 5.5°

ii. Bestimme die Temperatur am Schulende: 20°

iii. Um welche Zeit ist die tiefste Temperatur? 4^{40}

iv. Was ist die höchste Temperatur? 23,8°

v. von 12:00 bis ~~21:30~~ 16:00 h steigt die Temperatur um wieviele Grad? 8°

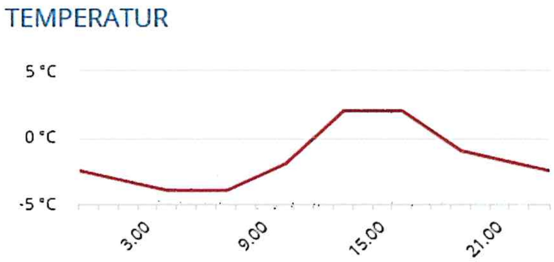
vi. Wie lange dauert es um von der tiefsten auf die höchste Temperatur anzusteigen? 14½ Std.

vii. Bestimme den Wertebereich für $\mathcal{D}(f) = [17, 20]$ $\Rightarrow [21.5, 23.8]$

viii. Bestimme den Definitionsbereich für $\mathcal{W}(f) = [12, 20]$ $[12, 16] \cup [21.6, 23.7]$

und kommen nun zu zwei sehr aktuellen Anwendungen:

- Meteonews.ch liefert uns für morgen, 13. Jan 2022 die folgende Temperaturprogrognose:



Der Verlauf der Temperatur wird durch den Graphen einer Funktion

$$f : Zeit[h] \to Temperatur[C^0]$$

dargestellt.

(a) Bestimme die Temperatur ...

i. um 08:00 -3.5° ii. um 12:00 0° iii. um 16:00 2°

(b) Was wird mit $f(7)$ berechnet? Die Temp. um 7:00

(c) Für welches Zeitintervall gilt: $f(x) \geq 0^0$? $[12:00, 18:30]$

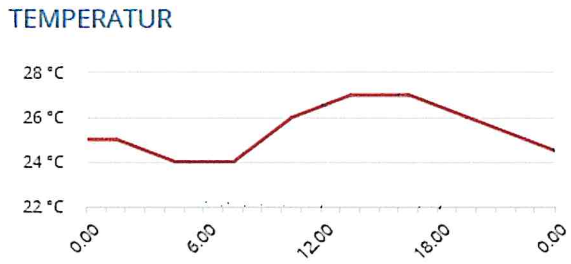
(d) Für welches Zeitintervall gilt: $f(x) < 0^0$? $[0:00, 12:00[\cup]18:30, 24:00]$

(e) Bestimme den Definitionbereich und Wertebereich von f.

$D(f) = [0:00, 24:00]$

$W(f) = [-3.5^\circ, 2^\circ]$

- und für Singapore liefert uns Meteonews.ch die folgende Prognose:



Der Verlauf der Temperatur wird durch den Graphen einer Funktion

$$g : Zeit[h] \rightarrow Temperatur[C^0]$$

dargestellt.

(a) Bestimme die Temperatur ...

i. um 08:00 24.5° ii. um 12:00 26.5° iii. um 16:00 27.2°

(b) Was wird mit $g(12)$ berechnet? Temp am Mittag, 12:00

(c) Für welches Zeitintervall gilt: $g(x) \geq 20^0$? [0:00, 24:00]

(d) Für welches Zeitintervall gilt: $g(x) < 20^0$? nie

(e) Bestimme den Definitionbereich und Wertebereich von g. D(g) = [0:00, 24:00] W(g) = [24°; 27.2°]

Wir vergleichen mit der Temp. Progonose für Zürich..

(f) Bestimme die grösste Differenz in den Werten von f und g. 30.7° (von -3.5° auf 27.2°)

(g) Bestimme das Argument für die grösste Differenz.

(h) Zu welchem Zeitpunkt haben sie die grösste Differenz ?

nur mündlich...