

Selbständiges Arbeiten

UG

*Die Verknüpfung von
Kongruenzabbildungen*

Klasse U2g

Sept.'14 / R. Balestra

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Ziele, Arbeitsauftrag & Zeiteinteilung | 2 |
| 1.1 | Ziele | 2 |
| 1.2 | Arbeitsaufträge - die einzelnen Schritte | 2 |
| 1.3 | Zeiteinteilung | 3 |
| 1.4 | Gruppeneinteilung | 4 |
| 1.4.1 | ... für die Gruppenarbeit (Einteilung I) | 4 |
| 1.4.2 | ... für die Aufgaben (Einteilung II) | 5 |
| 2 | Die Grundlagen | 6 |
| 3 | Gruppenarbeiten | |
| | Arbeiten in der <i>Einteilung für die Gruppenarbeit - Einteilung I</i> | 10 |
| 3.1 | Meine Erkenntnisse | 14 |
| 4 | Aufgabenserie | |
| | Arbeiten in der <i>Einteilung für die Aufgaben</i> | 15 |
| 5 | Letzter Austausch | 23 |

1 Ziele, Arbeitsauftrag & Zeiteinteilung

1.1 Ziele

Mit diesem Unterrichtsprojekt werden verschiedene Ziele verfolgt:

- Das Vertiefen und Anwenden des eigenen Wissens im Bereich der Kongruenzabbildungen und deren Verknüpfungen.
- Das selbständig-organisierte Arbeiten in Gruppen.
- Der Austausch und die Präsentation von selber erarbeitetem Wissen an die MitschülerInnen

1.2 Arbeitsaufträge - die einzelnen Schritte

1. Du beginnst selbständig mit einer kurzen Repetition der Grundlagen zu allen Kongruenzabbildungen. (Seite 6 - 9)
2. In der ersten Gruppeneinteilung I wirst du dich mit einer dir zugeteilten Kongruenzabbildung vertieft auseinandersetzen, um die Eigenschaften bei deren Verknüpfungen zu untersuchen.
Eure Erkenntnisse sind auf einem A4-Blatt zusammenzufassen und mit einer Aufgabenstellung zu ergänzen.
(Mit dieser Aufgabe sollten möglichst viele Eigenschaften der Verknüpfungen vermittelt werden.) (Diese Blatt ist abzugeben) (Seite 10 - 13)
3. Jetzt wird euer Wissen ausgetauscht: Jede Gruppe hat 10min Zeit, ihre Erkenntnisse präsentieren und die Aufgabe zu stellen. Die übrigen MitschülerInnen müssen diese Aufgabe nun Lösen und werden von der vorstellenden Gruppe betreut und beim Lösen eventueller Probleme unterstützt. (Seite 14)
4. In den jetzt neu zusammengesetzten Gruppen (Gruppeneinteilung II) müsst ihr meine Aufgabenserie lösen. (Seite 15 - 22)
5. Im letzten Abschnitt wird jeder Gruppe mindestens ein *GeoGebra*-Spezialist zugeteilt, mit welchem ihr alle Aufgaben gemeinsam löst (natürlich mit *GeoGebra*) (Seite 23)

1.3 Zeiteinteilung

Fr. 12.Sept.: 1Std Bearbeiten der Grundlagen

Mi. 17.Sept.: 1Std Gruppenarbeit durchführen

Fr. 19.Sept.: 1Std Präsentation der Erkenntnisse der Gruppenarbeiten

Mo. 22.Sept.: 1Std Lösen der Aufgabenserie

Di. 23.Sept.: 1Std Lösen der Aufgabenserie

Di. 23.Sept.: 1Std Diskussion der Lösungen mit den *GeoGebra*-SpezialistInnen

Mi. 24.Sept.: 1Std Diskussion der Lösungen mit den *GeoGebra*-SpezialistInnen

Fr. 26.Sept.: 1Std Prüfung

Alles über Kongruenzabbildungen

1.4 Gruppeneinteilung

1.4.1 ... für die Gruppenarbeit (Einteilung I)

- A
 - HUBER, Jessica
 - BEHSCHNITT, Leonie
 - TOSCAN, Samuel
 - HUBER, Jérôme

- B
 - MALIQI, Delina
 - SANDMANN, Serina
 - KELLER, Jan
 - WIEDERKEHR, Ruedi

- C
 - PERTEGATO, Alessia
 - KADRIJA, Elsa
 - FELIX, Kevin
 - LEONE, Roberto

- D
 - PELCZAR, Karolina
 - WIESENHÜTTER, Tjard
 - GERBER, Lukas
 - GERBER, Yannick

- GeoGebra-Gruppe I*
 - SCAPOZZA, Flavia
 - HAGGE, Layla
 - TAUGNER, Diego

- GeoGebra-Gruppe II*
 - EHRBAR, Caroline
 - HOEFFLEUR, Daniela
 - DE FILIPPO, Ramona

1.4.2 ... für die Aufgaben (Einteilung II)

- A
 - HUBER, Jessica
 - MALIQI, Delina
 - PERTEGATO, Alessia
 - GERBER, Yannick

- B
 - BEHSCHNITT, Leonie
 - WIEDERKEHR, Ruedi
 - KADRIJA, Elsa
 - GERBER, Lukas

- C
 - TOSCAN, Samuel
 - SANDMANN, Serina
 - LEONE, Roberto
 - WIESENHÜTTER, Tjard

- D
 - HUBER, Jérôme
 - KELLER, Jan
 - FELIX, Kevin
 - PELCZAR, Karolina

2 Die Grundlagen

Unsere Grundlagen, mit welchen wir arbeiten sind die *Kongruenzabbildungen*, die wir mit den notwendigen Grössen und deren Schreibweisen kurz repetieren wollen:

- Die **Achsen Spiegelung**
braucht eine *Spiegelungsgerade* g
was uns auf die folgende Schreibweise führt: S_g
- Die **Translation**
braucht einen
was uns auf die folgende Schreibweise führt: ...
- Die **Rotation**
braucht ein und einen
was uns auf die folgende Schreibweise führt: ...
- Die **Punkt Spiegelung**
braucht einen
was uns auf die folgende Schreibweise führt: ...

Wichtige gemeinsame Eigenschaften aller Kongruenzabbildungen sind, dass sie

-
-

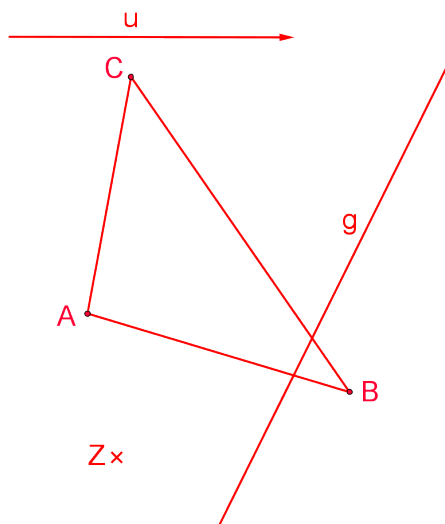
sind.

Unterscheiden tun sie sich in der Orientierungserhaltung:

Nicht-orientierungserhalten ist ...

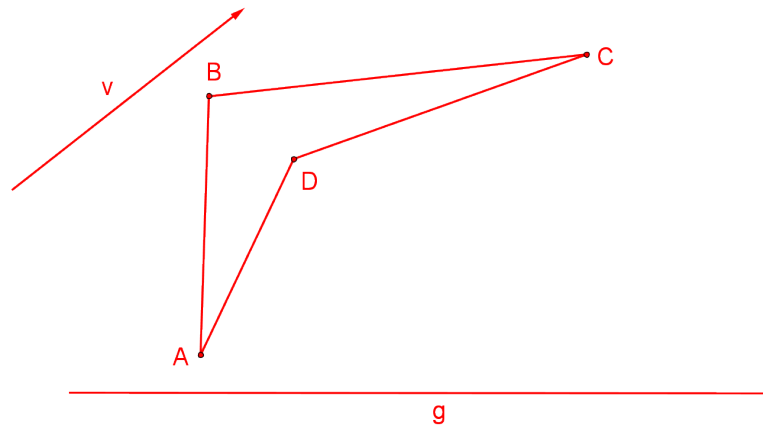
Da wir uns mit den geometrischen Anwendungen befassen, wollen wir auch das repetieren:

- Aufgaben : Konstruiere
- $S_g(\Delta ABC)$
 - $T_{\vec{u}}(\Delta ABC)$
 - $D_{(Z, -120^\circ)}(\Delta ABC)$
 - $S_B(\Delta ABC)$

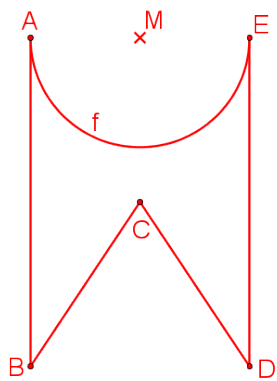


und insbesondere mit den Verknüpfungen der Kongruenzabbildung, wollen wir zum Abschluss dieses Kapitel noch die folgende Aufgabe lösen:

Aufgaben : Konstruiere $S_g \circ T_{\vec{v}} \circ D_{(B,100^\circ)} \circ S_B(ABCD)$



Aufgaben : Konstruiere $D_{(M,90^\circ)} \circ T_{\vec{v}}(ABCDE)$
wobei \vec{v} der Vektor ist, der M auf B abbildet



3 Gruppenarbeiten

Arbeiten in der *Einteilung für die Gruppenarbeit - Einteilung I*

Gruppe A

kontrolliert zuerst gegenseitig die Aufgaben aus den Grundlagen und befasst sich anschließend mit den *Translationen* und

untersucht *an eigenen* Beispielen,

- ob die Verknüpfung zweier Translationen kommutativ ist,
- wie die Verknüpfung von zwei Translationen durch eine Translation ersetzt werden kann,
- wie die Verknüpfung von drei Translationen durch eine Translation ersetzt werden kann,
- wie sich die Verknüpfung zweier Translationen auf die Komponentendarstellung auswirkt.

Hier könnt ihr

1. eure Erkenntnisse zusammenfassen ...

2. die eigene Aufgabe für eure MitschülerInnen formulieren ...

Gruppe B

kontrolliert zuerst gegenseitig die Aufgaben aus den Grundlagen und befasst sich anschließend mit den *Drehungen* und

untersucht *an eigenen* Beispielen,

- ob die Verknüpfung zweier Drehungen (mit gleichem Drehzentrum) kommutativ ist,
- wie die Verknüpfung von zwei Drehungen (mit gleichem Drehzentrum) durch eine Drehung (mit gleichem Drehzentrum) ersetzt werden kann,
- wie die Verknüpfung von drei Drehungen (mit gleichem Drehzentrum) durch eine Drehung ersetzt werden kann.

Hier könnt ihr

1. eure Erkenntnisse zusammenfassen ...

2. die eigene Aufgabe für eure MitschülerInnen formulieren ...

Gruppe C

kontrolliert zuerst gegenseitig die Aufgaben aus den Grundlagen und befasst sich anschließend mit den *Achsenpiegelungen* und

untersucht *an eigenen* Beispielen,

- durch was für eine Kongruenzabbildung die Verknüpfung zweier Achsenpiegelungen ersetzt werden kann, wenn die Spiegelungsgeraden parallel zueinander stehen.
- durch was für eine Kongruenzabbildung die Verknüpfung zweier Achsenpiegelungen ersetzt werden kann, wenn die Spiegelungsgeraden senkrecht zueinander stehen.
- durch was für eine Kongruenzabbildung die Verknüpfung zweier Achsenpiegelungen ersetzt werden kann, wenn die Spiegelungsgeraden sich beliebig schneiden.

Hier könnt ihr

1. eure Erkenntnisse zusammenfassen ...

2. die eigene Aufgabe für eure MitschülerInnen formulieren ...

Gruppe D

kontrolliert zuerst gegenseitig die Aufgaben aus den Grundlagen und befasst sich anschließend mit den *Drehungen* und

untersucht *an eigenen* Beispielen,

- ob die Verknüpfung zweier Drehungen (mit unterschiedlichen Drehzentren) kommutativ ist,
- wie die Verknüpfung von zwei Drehungen (mit unterschiedlichem Drehzentrum) durch eine Drehung ersetzt werden kann,
- wie die Verknüpfung von drei Drehungen (mit unterschiedlichen Drehzentren) durch eine Drehung ersetzt werden kann.

Hier könnt ihr

1. eure Erkenntnisse zusammenfassen ...

2. die eigene Aufgabe für eure MitschülerInnen formulieren ...

3.1 Meine Erkenntnisse

Hier hast du Platz, das für dich Wichtigste aus den Präsentationen zusammenzufassen.

4 Aufgabenserie

Arbeiten in der Einteilung für die Aufgaben

Eine ganz wichtige Aussage im Zusammenhang mit den Kongruenzabbildungen ist die folgende:

Wenn zwei Dreiecke ΔABC und $\Delta' A'B'C'$ zueinander kongruent sind, dann lässt sich das Dreieck ΔABC durch eine Kombination von Kongruenzabbildung in das Dreieck $\Delta' A'B'C'$ überführen, und umgekehrt.

d.h.: wenn zwei Dreiecke Δ und Δ' in Form und Grösse übereinstimmen, lässt sich das Dreieck Δ durch eine Kombination von Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen auf das andere Dreieck Δ' abbilden. Und umgekehrt. Das bedeutet, dass sich auch das Dreieck Δ' durch eine Kombination von Kongruenzabbildungen auf das Dreieck Δ abbilden lässt.

Beachte, dass diese Kombination nicht eindeutig ist, d.h. dass es verschiedene Wege gibt, um von Δ auf Δ' zu kommen (und umgekehrt).

Eure Aufgabe besteht nun darin, die folgenden jeweils zueinander kongruenten Dreiecke durch eben eine solche Kombination von Kongruenzabbildungen ineinander überzuführen.

Der Lösungsbericht muss nur die verwendete Kongruenzabbildung und die Beschreibung der jeweiligen Bilder beinhalten:

- Beispiel eines Lösungsberichtes:
1. $T_{\vec{v}}(\Delta ABC) \Rightarrow \Delta' A'B'C'$
 2. $S_g(\Delta' A'B'C') \Rightarrow \dots$

Arbeitsteilung:

Gruppe A beginnt mit der Aufgabe 1,2 ... 6
und muss die Aufgabe 1 präsentieren, deren Präsentation fertig sein muss, bevor
mit der nächsten Aufgabe begonnen wird,

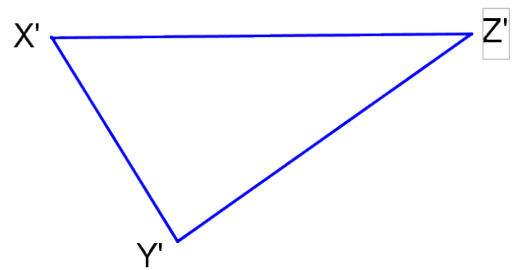
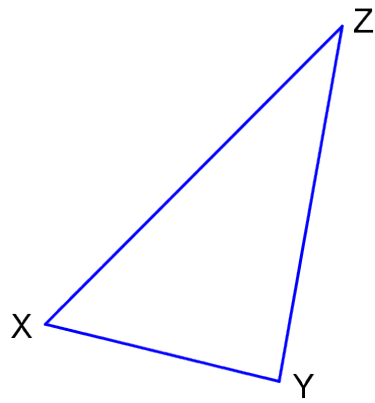
Gruppe B beginnt mit der Aufgabe 2,3 ... 1
und muss die Aufgabe 2 präsentieren, deren Präsentation fertig sein muss, bevor
mit der nächsten Aufgabe begonnen wird,

Gruppe C beginnt mit der Aufgabe 3,4 ... 2
und muss die Aufgabe 3 präsentieren, deren Präsentation fertig sein muss, bevor
mit der nächsten Aufgabe begonnen wird,

Gruppe D beginnt mit der Aufgabe 4,5 ... 3
und muss die Aufgabe 4 präsentieren, deren Präsentation fertig sein muss, bevor
mit der nächsten Aufgabe begonnen wird,

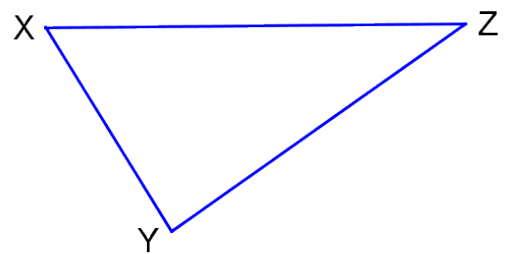
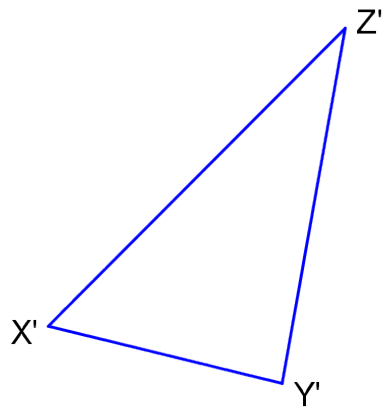
Aufgabe 1

Es gilt: $\triangle XYZ \cong \triangle X'Y'Z'$
Konstruiere $\triangle XYZ \mapsto \triangle X'Y'Z'$



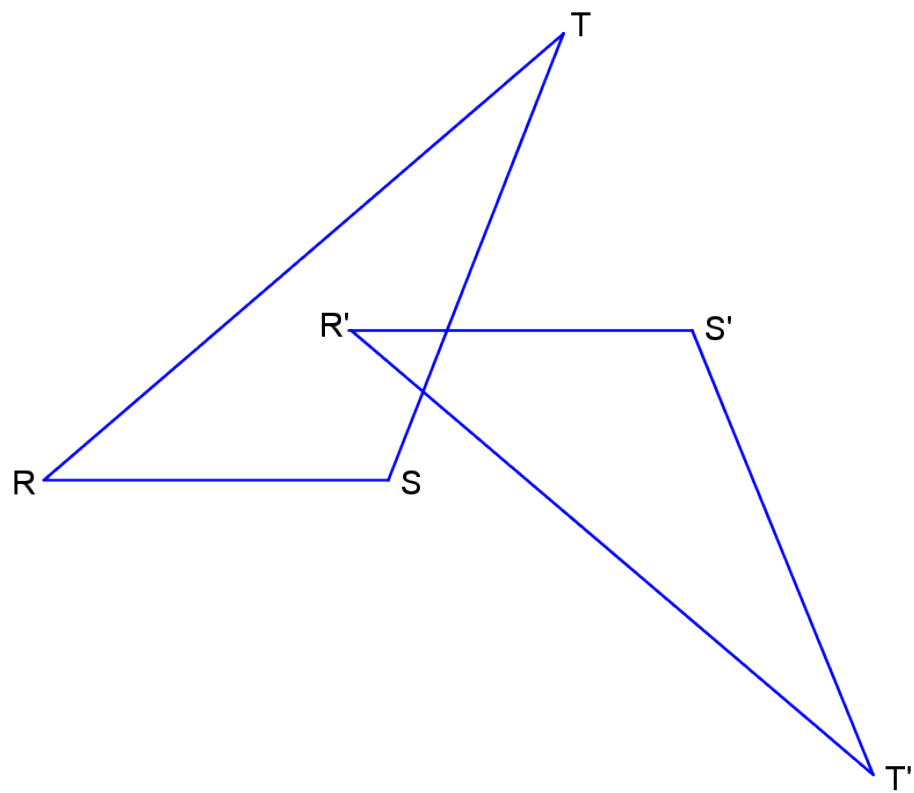
Aufgabe 2

Es gilt: $\triangle XYZ \cong \triangle X'Y'Z'$
Konstruiere $\triangle XYZ \mapsto \triangle X'Y'Z'$



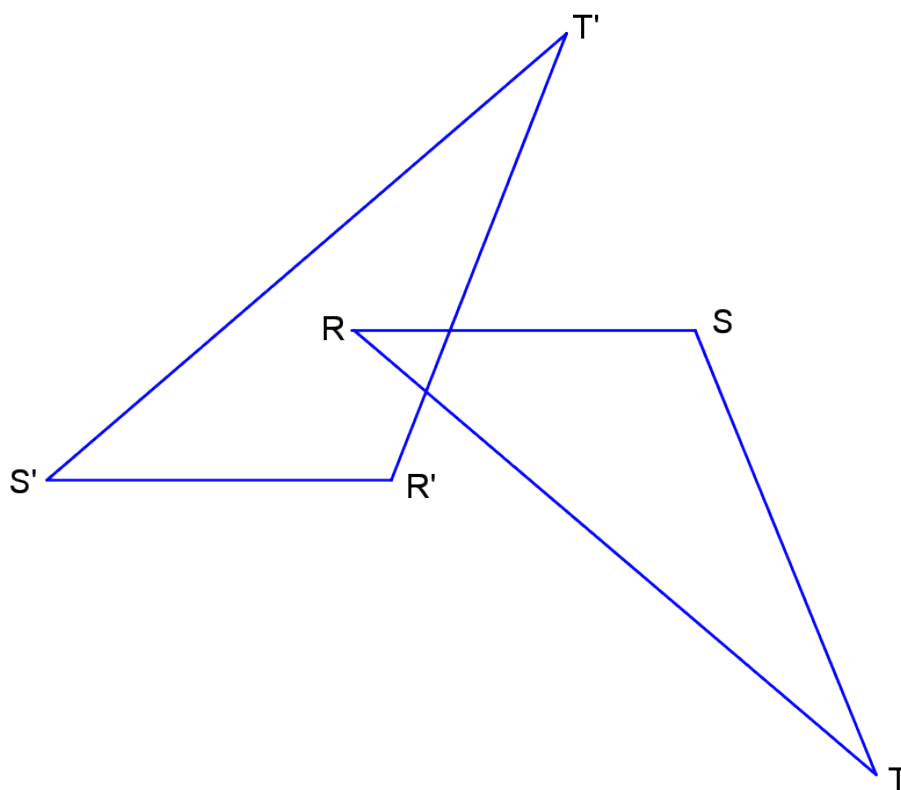
Aufgabe 3

Es gilt: $\triangle RST \cong \triangle R'S'T''$
Konstruiere $\triangle RST \mapsto \triangle R'S'T'$



Aufgabe 4

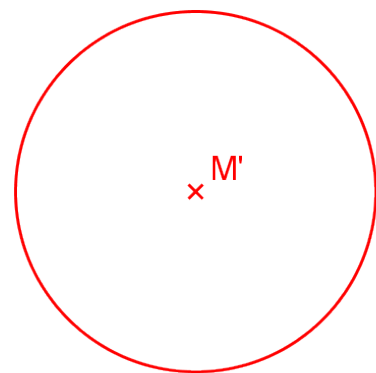
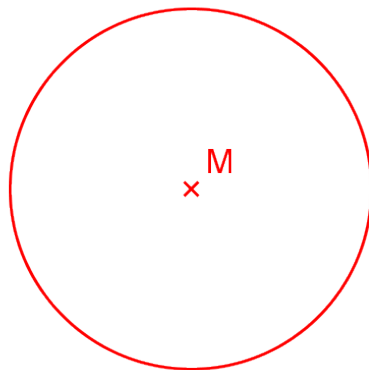
Es gilt: $\Delta RST \cong \Delta R'S'T''$
Konstruiere $\Delta RST \mapsto \Delta R'S'T'$



Die Eigenschaft der Überführung durch Kongruenzabbildungen gilt nicht nur für zueinander kongruente Dreiecke, sondern für beliebige zueinander kongruente geometrische Figuren.

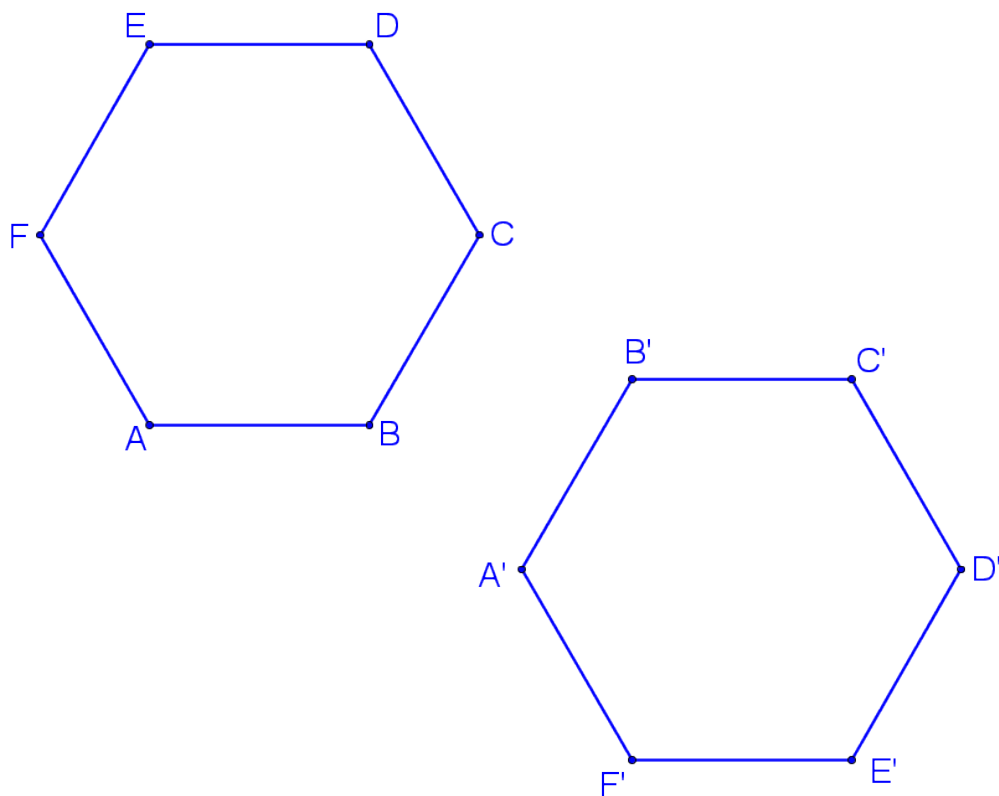
Aufgabe 5

Die folgenden kongruenten Kreise sind auf zwei verschiedene Arten von Kongruenzabbildungen ineinander überzuführen:



Aufgabe 6

Die folgenden kongruenten, regelmässigen Sechsecke sind auf zwei verschiedene Arten von Kombinationen von Kongruenzabbildungen ineinander überzuführen:



5 Letzter Austausch

Jetzt kommt zu jeder Gruppe mindestens ein *GeoGebra*-Spezialist, mit welchem ihr alle Aufgaben besprechen und lösen müsst.

1. Schritt: Information über die Eigenschaften bei Verknüpfungen von Kongruenzabbildungen,
2. Schritt: Diskussion der Aufgaben.

Meine Erkenntnisse aus der Diskussion: ...